



НАРОДНАЯ УКРАИНСКАЯ АКАДЕМИЯ

ПРАКТИКУМ ПО СТАТИСТИКЕ

Издательство НУА

НАРОДНАЯ УКРАИНСКАЯ АКАДЕМИЯ

ПРАКТИКУМ ПО СТАТИСТИКЕ

для студентов, обучающихся по специальности
051 – Экономика

Харьков
Издательство НУА
2018

УДК 316:311(072+075.8)
ББК 60.659p30-2
П 81

*Утверждено на заседании
кафедры экономики и права
Народной украинской академии.
Протокол № 11 от 04.06.2018*

С о с т а в и т е л и *С. Б. Данилевич, Л. И. Комир*
Р е ц е н з е н т *докт. экон. наук, проф. А. М. Сумец*

Издание содержит практические задания, примеры решения типовых задач (в том числе с применением программного обеспечения MS Excel), список рекомендуемой литературы и приложения.

П 81 **Практикум по статистике:** для студентов, обучающихся по специальности 051 – Экономика / Нар. укр. акад., [каф. экономики и права; сост.: С. Б. Данилевич, Л. И. Комир]. – Харьков.: Изд-во НУА, 2018. – 100 с.

Видання містить практичні завдання, приклади розв'язання типових задач (в тому числі з використанням програмного забезпечення MS Excel), список рекомендованої літератури та додатки.

УДК 316:311(072+075.8)
ББК 60.659p30-2

© Народная украинская академия, 2018

ВВЕДЕНИЕ

В современных условиях статистика выступает как действенный инструмент анализа рыночной экономики, как своеобразный индикатор оценки уровня и результатов ее развития. Грамотное применение статистических показателей на микро- и макроуровне позволяет повысить эффективность управленческих решений и в целом функционирование экономической системы.

Использование в управлении статистических методов позволяет создать условия для повышения эффективности производства на основе адекватной информации об изучаемых явлениях, обобщения данных, своевременного выявления тенденций, прогнозирования их развития и оценки предпринимательских рисков.

Овладение методами статистического измерения и анализа сложных социально-экономических явлений и процессов – неотъемлемый элемент подготовки высококвалифицированных экономистов, менеджеров и бизнесменов.

Целью учебного курса «Статистика» является формирование аналитических, управленческих и прогностических компетенций студентов экономических специальностей на основе изучения методов сбора, обработки и анализа информации о социально-экономических явлениях и процессах, о закономерностях их развития.

Сборник практических заданий подготовлен с целью усвоения студентами сущности статистических методов, приобретения навыков применения их в анализе, обобщения результатов статистических исследований, разработки и принятия аргументированных решений.

Порядок предлагаемых задач соответствует порядку изложения лекционных тем. С целью повышения качества выполняемых практических заданий каждая тема содержит методические материалы, решение типовых задач и решение задач с использованием Excel.

В практических заданиях используются материалы официальной статистики и условные данные.

СТАТИСТИЧЕСКОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

Статистическое наблюдение – это планомерный, научно организованный сбор данных (фактов, сведений) о массовых явлениях, сущность которого состоит в регистрации изучаемых признаков каждого элемента статистической совокупности.

Главная цель статистического наблюдения – сбор точных и достоверных статистических данных об изучаемом явлении.

Статистическое наблюдение осуществляется по разработанному плану, который состоит из программно-методологической и организационной части. Программно-методологическая часть плана предполагает определение цели, объекта, единицы статистического наблюдения и разработку программы статистического наблюдения. Организационная часть плана статистического наблюдения определяет место и время наблюдения, материальное и финансовое сопровождение наблюдения и систему контроля его результатов.

В статистической практике используются три **формы статистического наблюдения**: статистическая отчетность, специально организованные наблюдения и реестры. **Виды статистического наблюдения** классифицируются по времени регистрации фактов (текущее, периодическое и единоразовое) и по охвату единиц совокупности (сплошное и не сплошное). **Способы статистического наблюдения**, то есть способ получения статистической информации, предполагают: непосредственное наблюдение, документальный учет фактов и опрос.

Примером статистического наблюдения может служить перепись населения любого государства.

Задача 1

Изучите формуляр переписи населения Украины 2001 г. (<http://2001.ukrcensus.gov.ua/rus/results/>) и сравните его с программой пробной переписи населения 2010 г. (http://www.kmu.gov.ua/control/ru/publish/printable_article?art_id=243868158).

Задача 2

Администрация вуза проводит специальное наблюдение с целью изучения причин использования студентами шпаргалок на экзаменах. Определите:

- 1) объект и единицу наблюдения;
- 2) признаки, подлежащие регистрации;
- 3) вид и способы наблюдения.

Задача 3

С целью изучения общественного мнения о вышедшей из печати книги издательство провело опрос читателей. Как классифицировать такое наблюдение

по форме, виду и способу организации, если сбор данных осуществлялся путем рассылки анкет.

Задача 4

Разработайте план статистического наблюдения по самостоятельно выбранному объекту наблюдения.

СВОДКА И ГРУППИРОВКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

В ходе статистического наблюдения получают первичную информацию о единицах совокупности, которая на следующем этапе статистического исследования – этапе сводки – обобщается в группы, систематизируется.

Статистическая сводка – это приведение собранной информации к виду, удобному для проведения анализа. Простая сводка заключается в простом подсчете общих итогов, сложная – в группировке единичных данных в группы по однородному признаку, подсчете итогов по ним и представлении результатов в виде статистических таблиц.

Статистическая группировка позволяет дать характеристику размеров, структуры и взаимосвязи изучаемых явлений, выявить их закономерности.

Важным направлением в статистической сводке является построение рядов распределения, одно из назначений которых состоит в изучении структуры исследуемой совокупности, характера и закономерности распределения.

Ряд распределения – это простейшая группировка, представляющая собой распределение численности единиц совокупности по значению какого-либо признака. Основными элементами ряда распределения являются варианты и частота. **Вариантами** ряда распределения являются отдельные значения признака, а численности отдельных вариантов или групп ряда, показывающие, как часто встречаются те или иные варианты в ряду распределения, называют **частотами**. Частота, выраженная в процентах, называется **частотой**.

Ряды распределения, в основе которых лежит качественный признак, называют **атрибутивными**. Если ряд построен по количественному признаку, его называют **вариационным**.

Различают дискретные (признак – целое число) и интервальные вариационные ряды (признак принимает разные значения в пределах интервала).

При построении вариационного ряда с равными интервалами определяют число групп (n) и величину интервала (h). Оптимальное число групп может быть определено по формуле Стерджесса:

$$n=1+3,322\lg N,$$

где N – число единиц совокупности. В Excel десятичный логарифм вычисляется математической функцией LOG10().

Исходя из формулы Стерджесса, зависимость между объемом статистической совокупности и числом групп выглядит следующим образом:

| | | | | | | | |
|----------|-------|-------|-------|--------|---------|---------|----------|
| <i>N</i> | 15-24 | 25-44 | 45-89 | 90-179 | 180-359 | 360-719 | 720-1439 |
| <i>n</i> | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |

Величина равного интервала рассчитывается по формуле

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}$$

Где x_{\max} и x_{\min} – максимальное и минимальное значения признака.

Задача 5

В таблице 1 представлены следующие данные о деятельности коммерческих банков.

Таблица 1

Размеры процентных ставок и кредитов,
предоставляемых коммерческими банками предприятиям, организациям

| № банка | Процентная ставка, % | Кредиты, д. е. | № банка | Процентная ставка, % | Кредиты, д. е. |
|---------|----------------------|----------------|---------|----------------------|----------------|
| 1 | 20,3 | 9,55 | 16 | 21,1 | 6,10 |
| 2 | 17,1 | 13,58 | 17 | 17,6 | 13,36 |
| 3 | 14,2 | 22,23 | 18 | 15,8 | 19,62 |
| 4 | 11,0 | 27,50 | 19 | 18,8 | 11,90 |
| 5 | 17,3 | 13,54 | 20 | 22,4 | 5,20 |
| 6 | 19,6 | 11,60 | 21 | 16,1 | 17,90 |
| 7 | 20,5 | 8,90 | 22 | 17,9 | 12,30 |
| 8 | 23,6 | 3,25 | 23 | 21,7 | 5,40 |
| 9 | 14,6 | 21,20 | 24 | 18,0 | 12,18 |
| 10 | 17,5 | 13,50 | 25 | 16,4 | 17,10 |
| 11 | 20,8 | 7,60 | 26 | 26,0 | 1,00 |
| 12 | 13,6 | 25,52 | 27 | 18,4 | 12,12 |
| 13 | 24,0 | 2,50 | 28 | 16,7 | 16,45 |
| 14 | 17,5 | 13,24 | 29 | 12,2 | 26,50 |
| 15 | 15,0 | 20,15 | 30 | 13,9 | 23,98 |

Построить интервальный ряд, характеризующий распределение банков по сумме выданных кредитов (образовать пять групп с равными интервалами).

Решение. Для изучения структуры банков по размеру кредита, пользуясь данными таблицы 1, построим интервальный вариационный ряд, характеризующий распределение банков по сумме выданных кредитов. Величина интервала равна:

$$h = \frac{27,5 - 1}{5} = 5,3 \text{ д. е.}$$

Отсюда, путем прибавления величины интервала к минимальному уровню признака в группе получим следующие группы банков по размеру выданных кредитов (табл. 2).

Таблица 2

Распределение банков по размеру выданных кредитов

| № группы | Группы банков по размеру кредита, д. е. | Число банков | |
|----------|---|------------------------|-----------------------------|
| | | в абсолютном выражении | в относительных единицах, % |
| I | 1–6,3 | 6 | 20,0 |
| II | 6,3–11,6 | 3 | 10,0 |
| III | 11,6–16,9 | 11 | 36,6 |
| IV | 16,9–22,2 | 5 | 16,7 |
| V | 22,2–27,5 | 5 | 16,7 |
| | Итого | 30 | 100,0 |

Данные группировки показывают, что 70 % банков выдали кредиты на сумму свыше 11,6 д. е.

Решим эту задачу с помощью Excel. Для этого:

1. Скопируйте таблицу 1 на лист Excel в ячейку A1.
2. Отсортируйте номера банков по возрастанию.
3. Найдите максимальное X_{\max} и минимальное X_{\min} значения столбца Кредиты, д. е. с помощью статистических функций МАКС(C2:C31) и МИН(C2:C31).
4. В ячейке F1 найдите величину интервала по формуле $h = (X_{\max} - X_{\min}) / n = (\text{МАКС}(\text{C2:C31}) - \text{МИН}(\text{C2:C31})) / 5 = 5,3$.
5. Постройте таблицу распределения банков по размеру выданных кредитов, как на рисунке:

| | E | F | G | H | I |
|---|----------|-----|---------------|----|------------|
| 1 | h= | 5,3 | | | |
| 2 | № группы | | Группы банков | | |
| 3 | 1 | от | =МИН(C2:C31) | до | =G3+\$F\$1 |
| 4 | 2 | от | =I3 | до | =G4+\$F\$1 |
| 5 | 3 | от | =I4 | до | =G5+\$F\$1 |
| 6 | 4 | от | =I5 | до | =G6+\$F\$1 |
| 7 | 5 | от | =I6 | до | =G7+\$F\$1 |

В результате получим:

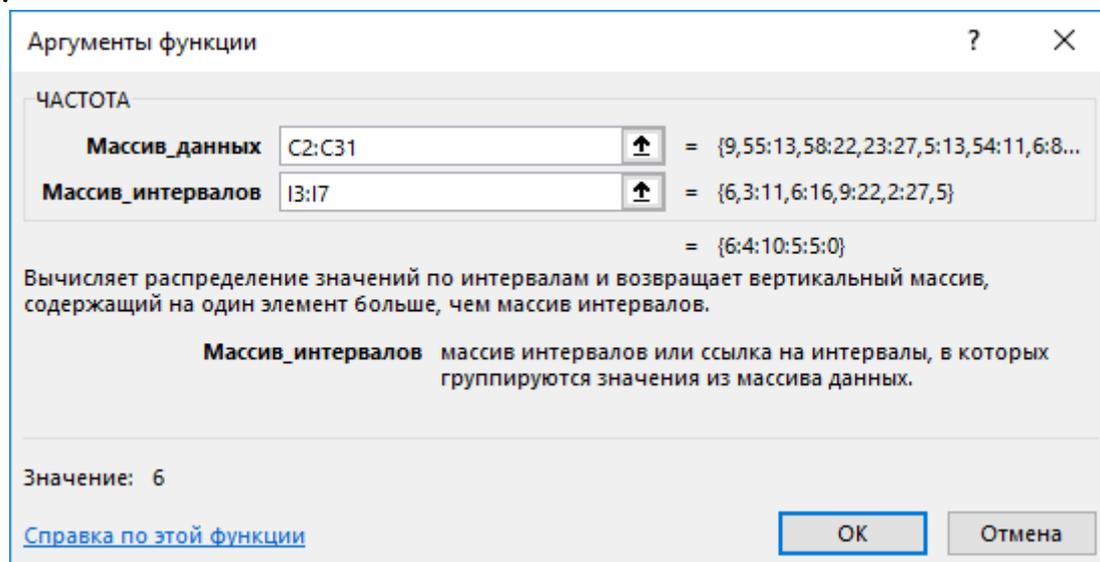
| № группы | Группы банков | | | |
|----------|---------------|------|----|------|
| 1 | от | 1 | до | 6,3 |
| 2 | от | 6,3 | до | 11,6 |
| 3 | от | 11,6 | до | 16,9 |
| 4 | от | 16,9 | до | 22,2 |
| 5 | от | 22,2 | до | 27,5 |

6. Введите в ячейку J2 заголовок Частота.

7. Выделите ячейки J3: J7.

8. Вставьте статистическую функцию ЧАСТОТА().

9. В появившемся диалоговом окне задайте Массив_данных – значения анализируемых кредитов (диапазон C2:C31) и Массив_интервалов (диапазон I3:I7):

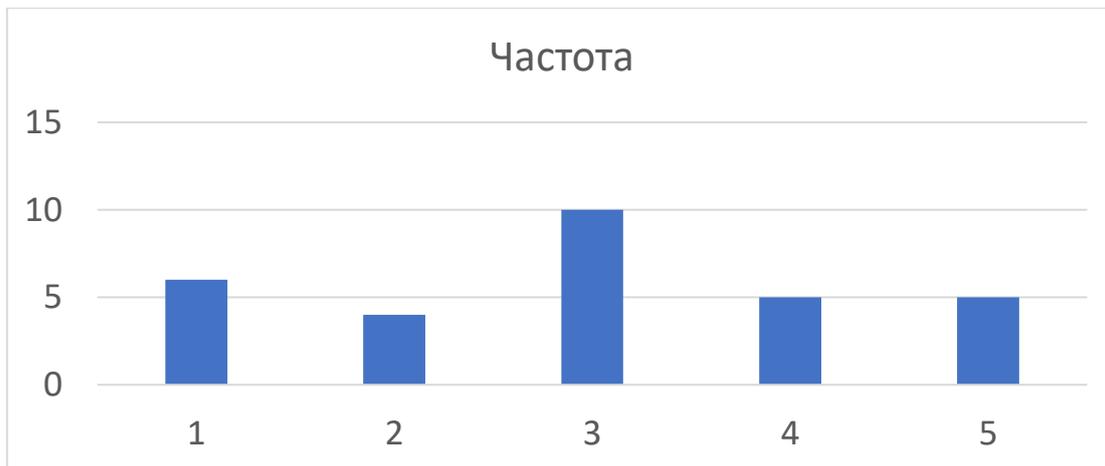


10. Функция ЧАСТОТА() относится к функциям массива, поэтому дайте команду Ctrl+Shift+Enter.

11. В результате получим распределение частот в абсолютном выражении:

| № группы | Группы банков | | | | Частота |
|----------|---------------|------|----|------|---------|
| 1 | от | 1 | до | 6,3 | 6 |
| 2 | от | 6,3 | до | 11,6 | 4 |
| 3 | от | 11,6 | до | 16,9 | 10 |
| 4 | от | 16,9 | до | 22,2 | 5 |
| 5 | от | 22,2 | до | 27,5 | 5 |

12. Для визуализации данных построим гистограмму:

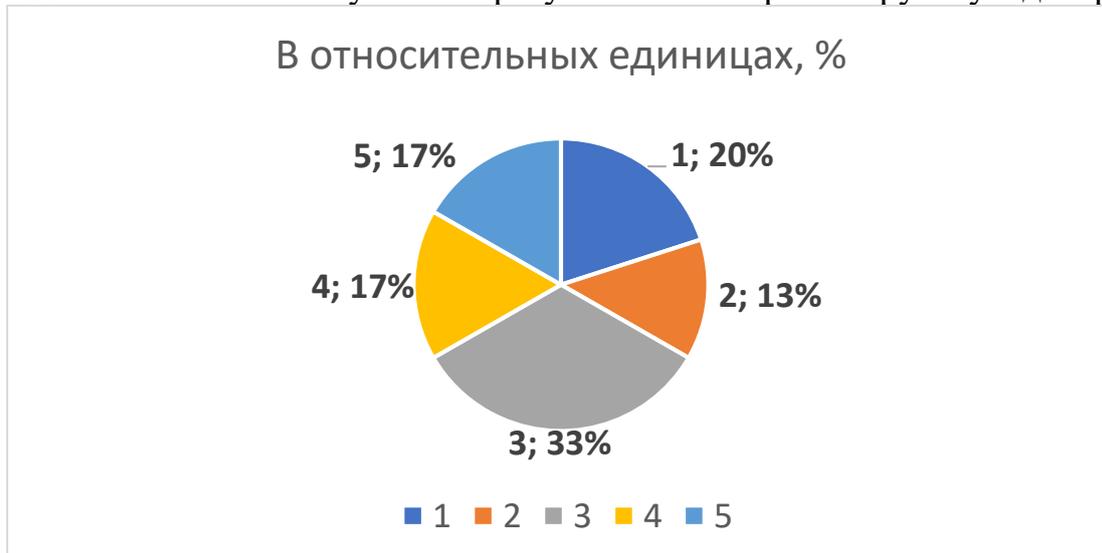


13. Введите в ячейку K2 заголовок: В относительных единицах, %.

14. Рассчитайте процентное распределение частот:

| № группы | Группы банков | | | | Частота | В относительных единицах, % |
|----------|---------------|------|----|------|---------|-----------------------------|
| | от | 1 | до | 6,3 | | |
| 1 | от | 1 | до | 6,3 | 6 | 20 |
| 2 | от | 6,3 | до | 11,6 | 4 | 13 |
| 3 | от | 11,6 | до | 16,9 | 10 | 33 |
| 4 | от | 16,9 | до | 22,2 | 5 | 17 |
| 5 | от | 22,2 | до | 27,5 | 5 | 17 |
| Итого | | | | | 30 | 100 |

15. На основании полученных результатов постройте круговую диаграмму:



Задача 6

По данным задачи 5 построить аналитическую группировку для изучения связи между размером процентной ставки и величиной выданного кредита.

Решение. *Аналитическая группировка* позволяет изучать взаимосвязь факторного и результативного признаков.

Основные этапы проведения аналитической группировки – обоснование и выбор факторного и результативного признаков, подсчет числа единиц в каждой из образованных групп, определение объема варьирующих признаков в пределах созданных групп, а также исчисление средних размеров результативного показателя. Результаты группировки оформляются в таблице.

Установим наличие и характер связи между величиной процентной ставки (факторный признак) и суммой выданных банками кредитов (результативный признак) методом аналитической группировки по данным таблицы 1.

Вначале строим рабочую таблицу (табл. 3), интервалы образуем по факторному признаку – величина процентной ставки.

Таблица 3

Распределение банков по величине процентной ставки

| № п/п | Группы банков по величине процентной ставки | № банка | Процентная ставка | Сумма кредита, д. е. |
|-------|---|---------|-------------------|----------------------|
| А | Б | 1 | 2 | 3 |
| I | 11–14 | 4 | 11,0 | 27,50 |
| | | 29 | 12,2 | 26,50 |
| | | 12 | 13,6 | 25,52 |
| | | 30 | 13,9 | 23,98 |
| Итого | | 4 | х | 103,50 |
| II | 14–17 | 3 | 14,2 | 22,33 |
| | | 9 | 14,6 | 21,20 |
| | | 15 | 15,0 | 20,15 |
| | | 18 | 15,8 | 19,62 |
| | | 21 | 16,1 | 17,90 |
| | | 25 | 16,4 | 17,10 |
| | | 28 | 18,7 | 16,45 |
| Итого | | 7 | х | 134,75 |
| III | 17–20 | 2 | 17,1 | 13,58 |
| | | 5 | 17,3 | 13,54 |
| | | 10 | 17,5 | 13,50 |
| | | 14 | 17,5 | 13,24 |
| | | 17 | 17,6 | 13,36 |
| | | 22 | 17,9 | 12,30 |
| | | 24 | 18,0 | 12,18 |
| | | 27 | 18,4 | 12,12 |
| | | 19 | 18,8 | 11,90 |
| | | 6 | 19,6 | 11,60 |
| Итого | | 10 | х | 127,32 |
| IV | 20–23 | 1 | 20,3 | 9,55 |

| | | | | |
|-------|-------|----|------|--------|
| | | 7 | 20,5 | 8,90 |
| | | 11 | 20,8 | 7,60 |
| | | 16 | 21,1 | 6,10 |
| | | 23 | 21,7 | 5,40 |
| | | 20 | 22,4 | 5,20 |
| Итого | | 6 | x | 42,75 |
| V | 23–26 | 8 | 23,6 | 3,25 |
| | | 13 | 24,0 | 2,50 |
| | | 26 | 26,0 | 1,00 |
| Итого | | 3 | x | 6,75 |
| Всего | | 30 | x | 415,07 |

Для установления наличия и характера связи между процентной ставкой и суммой выданных кредитов по данным рабочей таблицы строим итоговую аналитическую таблицу.

Таблица 4

Зависимость суммы выданного банком кредита от размера процентной ставки

| № п/п | Группы банков по величине процентной ставки | Число банков | Сумма выданных кредитов, д. е. | |
|-------|---|--------------|--------------------------------|---------------------|
| | | | в целом по группе | в среднем по группе |
| A | Б | 1 | 2 | 3 |
| I | 11–14 | 4 | 103,50 | 25,87 |
| II | 14–17 | 7 | 134,75 | 19,25 |
| III | 17–20 | 10 | 127,32 | 12,73 |
| IV | 20–23 | 6 | 42,75 | 7,12 |
| V | 23–26 | 3 | 6,75 | 2,25 |
| Итого | | 30 | 415,07 | 13,8 |

Данные таблицы 4 показывают, что между исследуемыми признаками существует обратная зависимость: с ростом процентной ставки, под которую выдается банком кредит, средняя сумма кредита, выдаваемая одним банком, уменьшается. Так, при величине процентной ставки 11–14% средняя сумма кредитов банка составляет 25,87 д. е., а при процентной ставке 23–26 % средняя сумма кредитов составляет 2,25 д. е.

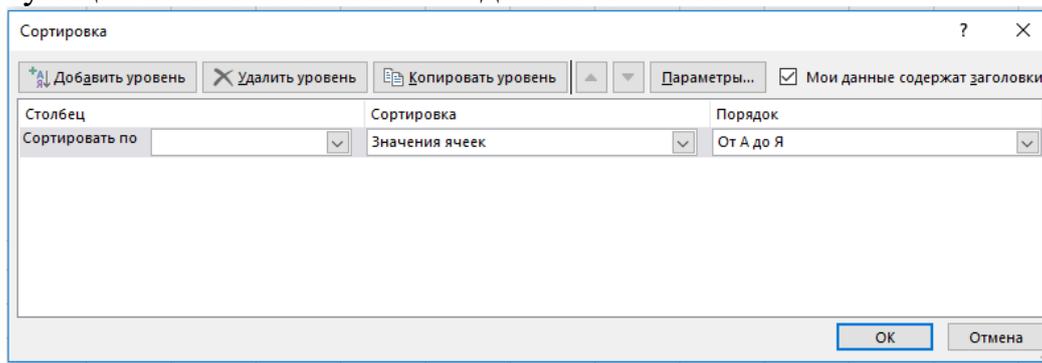
Графическое изображение вариационных рядов зависит от типа группировочного признака: если в основу группировки положен дискретный признак, – строится полигон, если непрерывный – гистограмма.

Решим эту задачу с помощью Excel. Для этого:

1. Используя данные Таблицы 1, в начале отдельного листа Excel сформируйте таблицу:

| № п/п | Группы банков по величине процентной ставки | № банка | Процентная ставка | Сумма кредита, д. е. |
|-------|---|---------|-------------------|----------------------|
| А | Б | 1 | 2 | 3 |
| | | 1 | 20,3 | 9,55 |
| | | 2 | 17,1 | 13,58 |
| | | 3 | 14,2 | 22,23 |
| | | 4 | 11 | 27,5 |
| | | 5 | 17,3 | 13,54 |
| | | 6 | 19,6 | 11,6 |
| | | 7 | 20,5 | 8,9 |
| | | 8 | 23,6 | 3,25 |
| | | 9 | 14,6 | 21,2 |
| | | 10 | 17,5 | 13,5 |
| | | 11 | 20,8 | 7,6 |
| | | 12 | 13,6 | 25,52 |
| | | 13 | 24 | 2,5 |
| | | 14 | 17,5 | 13,24 |
| | | 15 | 15 | 20,15 |
| | | 16 | 21,1 | 6,1 |
| | | 17 | 17,6 | 13,36 |
| | | 18 | 15,8 | 19,62 |
| | | 19 | 18,8 | 11,9 |
| | | 20 | 22,4 | 5,2 |
| | | 21 | 16,1 | 17,9 |
| | | 22 | 17,9 | 12,3 |
| | | 23 | 21,7 | 5,4 |
| | | 24 | 18 | 12,18 |
| | | 25 | 16,4 | 17,1 |
| | | 26 | 26 | 1 |
| | | 27 | 18,4 | 12,12 |
| | | 28 | 16,7 | 16,45 |
| | | 29 | 12,2 | 26,5 |
| | | 30 | 13,9 | 23,98 |

2. Отсортируйте таблицу по возрастанию процентных ставок: выделите ячейки С2:Е32, дайте команду на вкладке Данные – Сортировка. Заполните соответствующие поля в появившемся диалоговом окне:



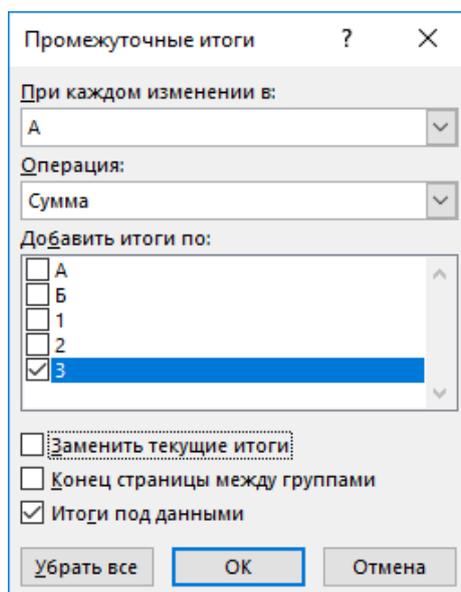
3. В ячейку А3 введите формулу:

=ЕСЛИ(Д3<=14;"I";ЕСЛИ(Д3<=17;"II";ЕСЛИ(Д3<=20;"III";ЕСЛИ(Д3<=23;"IV";"V")))) и с помощью автозаполнения протяните до конца столбика таблицы.

Теперь столбик № п/п (А) заполнится значениями согласно таблице:

| № п/п | Группы банков по величине процентной ставки |
|-------|---|
| А | Б |
| I | 11–14 |
| II | 14–17 |
| III | 17–20 |
| IV | 20–23 |
| V | 23–26 |

4. Воспользуйтесь сервисом Промежуточный итог. Для этого выделите диапазон ячеек А2:Е32 и дайте команду на вкладке Данные – Структура – Промежуточный итог. Заполните появившееся диалоговое окно:



В результате получаем структуру, позволяющую:

– определить общий итог

| 1 | 2 | 3 | A | B | C | D | E |
|---|----|---|-------------------|---|---------|-------------------|----------------------|
| 1 | | | № п/п | Группы банков по величине процентной ставки | № банка | Процентная ставка | Сумма кредита, д. е. |
| 2 | A | | | Б | 1 | 2 | 3 |
| + | 38 | | Общий итог | | | | 414,97 |

– итоги по группам банков:

| 1 | 2 | 3 | A | B | C | D | E |
|---|----|---|-------------------|---|---------|-------------------|----------------------|
| 1 | | | № п/п | Группы банков по величине процентной ставки | № банка | Процентная ставка | Сумма кредита, д. е. |
| 2 | A | | | Б | 1 | 2 | 3 |
| + | 7 | | I Итог | | | | 103,5 |
| + | 15 | | II Итог | | | | 134,65 |
| + | 26 | | III Итог | | | | 127,32 |
| + | 33 | | IV Итог | | | | 42,75 |
| + | 37 | | V Итог | | | | 6,75 |
| - | 38 | | Общий итог | | | | 414,97 |

– детализацию по конкретной группе:

| 1 | 2 | 3 | A | B | C | D | E |
|---|----|---|-------------------|---|---------|-------------------|----------------------|
| 1 | | | № п/п | Группы банков по величине процентной ставки | № банка | Процентная ставка | Сумма кредита, д. е. |
| 2 | A | | | Б | 1 | 2 | 3 |
| + | 7 | | I Итог | | | | 103,5 |
| | 8 | | II | | 3 | 14,2 | 22,23 |
| | 9 | | II | | 9 | 14,6 | 21,2 |
| | 10 | | II | | 15 | 15 | 20,15 |
| | 11 | | II | | 18 | 15,8 | 19,62 |
| | 12 | | II | | 21 | 16,1 | 17,9 |
| | 13 | | II | | 25 | 16,4 | 17,1 |
| | 14 | | II | | 28 | 16,7 | 16,45 |
| - | 15 | | II Итог | | | | 134,65 |
| + | 26 | | III Итог | | | | 127,32 |
| + | 33 | | IV Итог | | | | 42,75 |
| + | 37 | | V Итог | | | | 6,75 |
| - | 38 | | Общий итог | | | | 414,97 |

– детализацию по всем группам.

5. Аналогично на отдельном листе найдите итог для среднего значения кредитов для групп банков. Для этого в диалоговом окне выберите Среднее:

Промежуточные итоги ? X

При каждом изменении в:

№ п/п

Операция:

Среднее

Добавить итоги по:

№ п/п

Группы банков по величине процентной ставк

№ банка

Процентная ставка

Сумма кредита, д. е.

Заменить текущие итоги

Конец страницы между группами

Итоги под данными

Убрать все OK Отмена

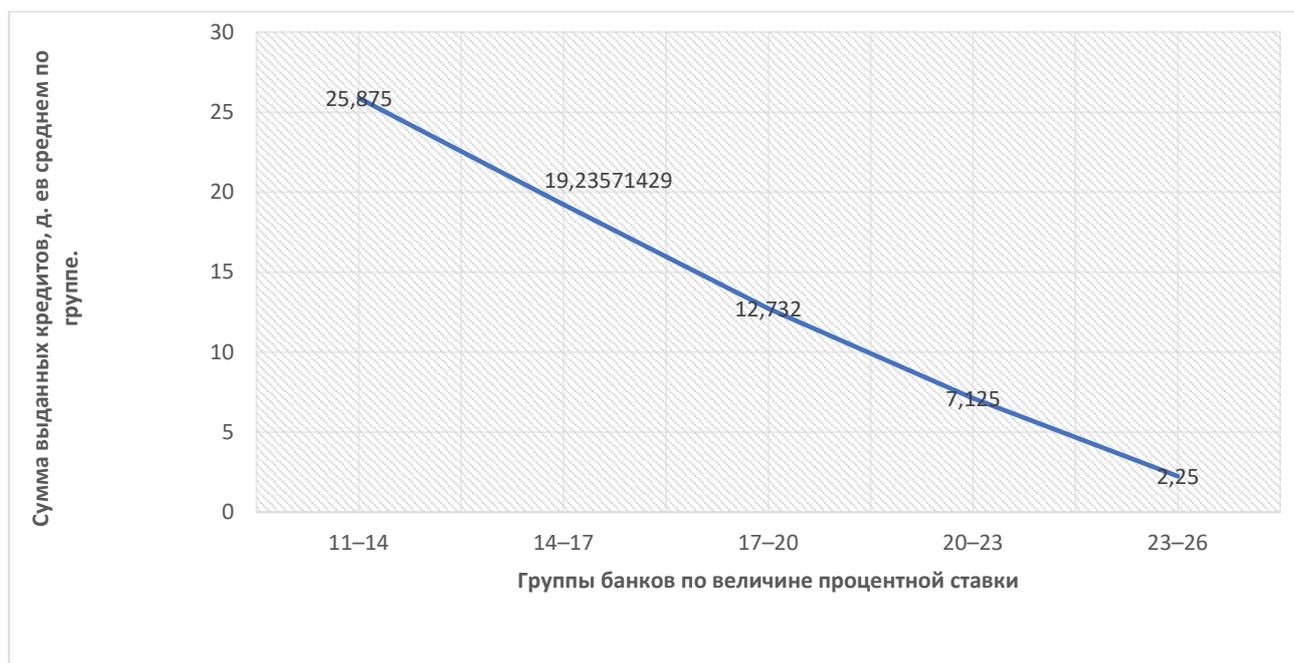
В результате получим средние значения сумм кредитов по группам банков:

| 1 | 2 | 3 | A | B | C | D | E |
|---|----|---|---------------|---|---------|-------------------|----------------------|
| | 1 | | № п/п | Группы банков по величине процентной ставки | № банка | Процентная ставка | Сумма кредита, д. е. |
| | 2 | | A | B | 1 | 2 | 3 |
| | 7 | + | I Среднее | | | | 25,875 |
| | 15 | + | II Среднее | | | | 19,23571429 |
| | 26 | + | III Среднее | | | | 12,732 |
| | 33 | + | IV Среднее | | | | 7,125 |
| | 37 | + | V Среднее | | | | 2,25 |
| | 38 | - | Общее среднее | | | | 13,83233333 |

6. На основании полученных данных можно составить таблицу аналогичную Таблице 4:

| № п/п | Группы банков по величине процентной ставки | Число банков | Сумма выданных кредитов, д. е. | |
|-------|---|--------------|--------------------------------|---------------------|
| | | | в целом по группе | в среднем по группе |
| A | B | 1 | 2 | 3 |
| I | 11–14 | 4 | 103,5 | 25,875 |
| II | 14–17 | 7 | 134,65 | 19,23571429 |
| III | 17–20 | 10 | 127,32 | 12,732 |
| IV | 20–23 | 6 | 42,75 | 7,125 |
| V | 23–26 | 3 | 6,75 | 2,25 |
| Итого | | 30 | 414,97 | 13,83233333 |

7. Визуализируем данные с помощью графика:



Здесь наглядно видно, что между исследуемыми признаками существует обратная зависимость: с ростом процентной ставки, под которую выдается банком кредит, средняя сумма кредита, выдаваемая одним банком, уменьшается.

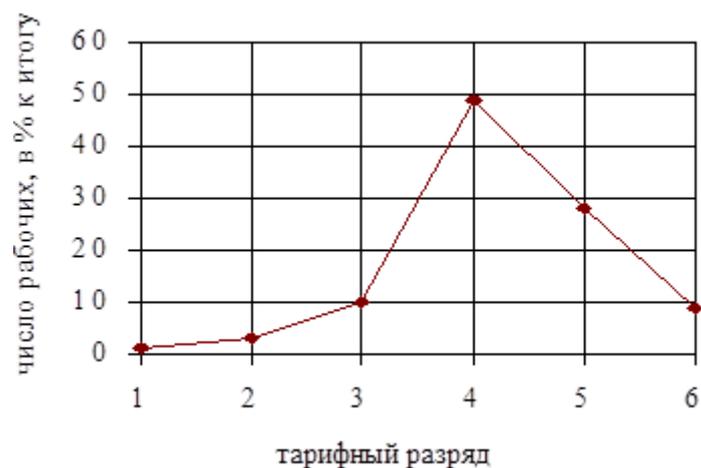
Задача 7

Имеются следующие данные о распределении рабочих по тарифному разряду:

| Тарифный разряд | Число рабочих, в % к итогу |
|-----------------|----------------------------|
| 1 | 1 |
| 2 | 3 |
| 3 | 10 |
| 4 | 49 |
| 5 | 28 |
| 6 | 9 |
| Итого | 100 |

Изобразить данный вариационный ряд графически.

Решение. Исходный вариационный ряд является дискретным – значения группировочного признака принимают только целые значения. Значит, графически данный вариационный ряд может быть представлен в виде полигона.

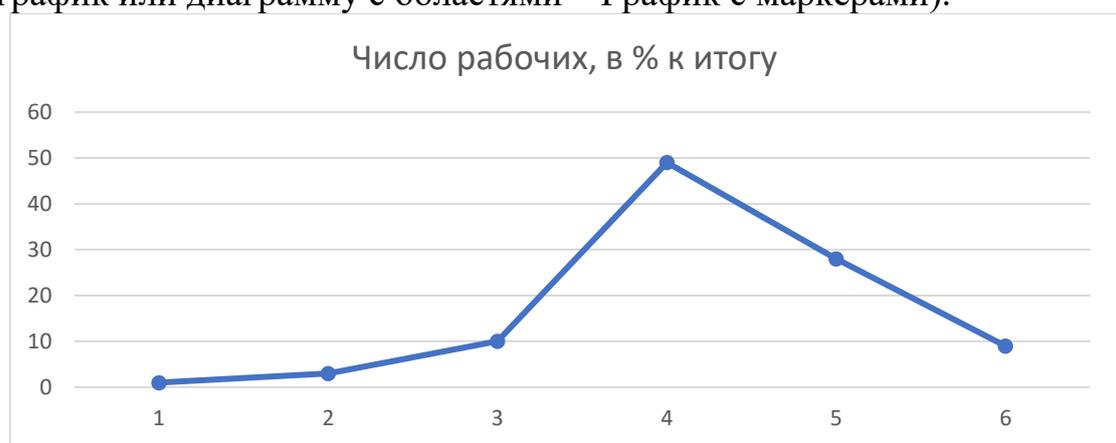


Решим эту задачу с помощью Excel. Для этого:

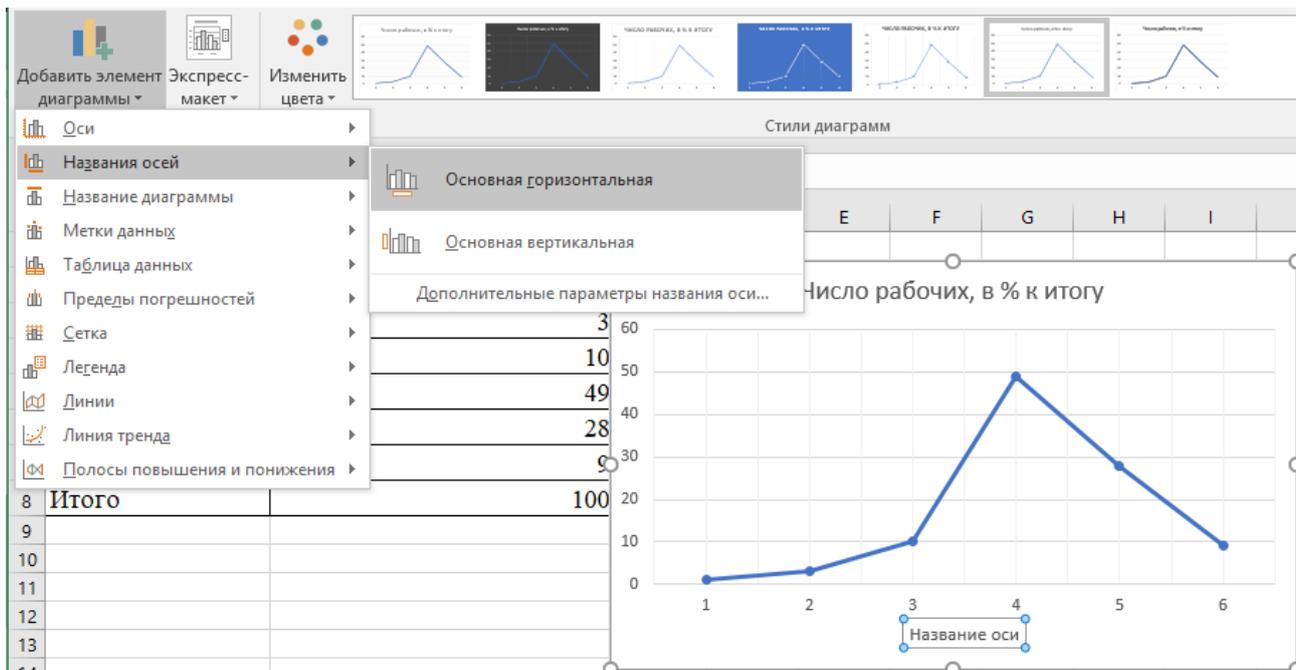
1. Поместите данные о распределении рабочих по тарифному разряду в начале нового листа Excel.
2. Выделите данные о числе рабочих с заголовком, но без итогов:

| | А | В |
|---|-----------------|----------------------------|
| 1 | Тарифный разряд | Число рабочих, в % к итогу |
| 2 | 1 | 1 |
| 3 | 2 | 3 |
| 4 | 3 | 10 |
| 5 | 4 | 49 |
| 6 | 5 | 28 |
| 7 | 6 | 9 |
| 8 | Итого | 100 |

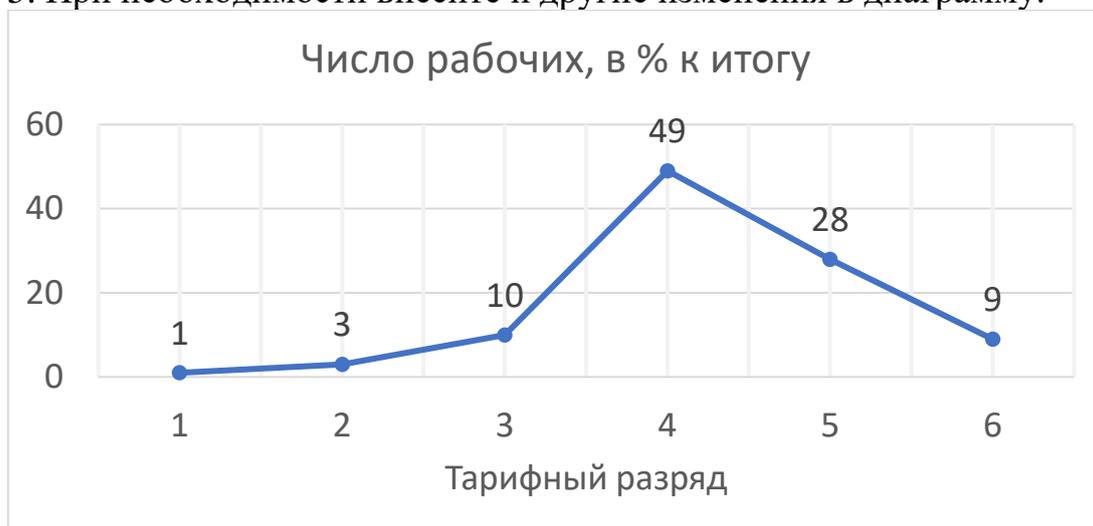
3. Воспользуйтесь графиком с маркерами (Вставка – Диаграммы – Вставить график или диаграмму с областями – График с маркерами).



4. В Конструкторе выберите команду: Добавить элемент диаграммы – Названия осей – Основная горизонтальная и укажите: Тарифный разряд.



5. При необходимости внесите и другие изменения в диаграмму.

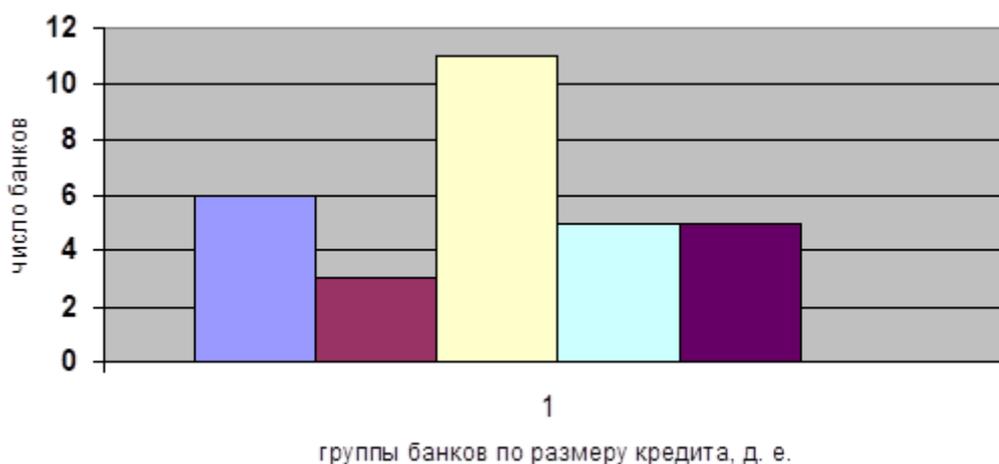


Задача 8

Изобразить графически интервальный вариационный ряд (см. решение задачи 5).

| Группы банков по размеру кредита, д. е. | Число банков | |
|---|------------------------|-----------------------------|
| | в абсолютном выражении | в относительных единицах, % |
| 1–6,3 | 6 | 20,0 |
| 6,3–11,6 | 3 | 10,0 |
| 11,6–16,9 | 11 | 36,6 |
| 16,9–22,2 | 5 | 16,7 |
| 22,2–27,5 | 5 | 16,7 |
| Итого | 30 | 100,0 |

Решение. Исходный вариационный ряд является непрерывным – значения группировочного признака принимают значения, выраженные дробными числами. Значит, графически данный вариационный ряд может быть представлен в виде гистограммы.



Аналогичный график получим, откладывая на вертикальной оси показатель частоты (число банков в %% к итогу).

Задача 9

На бирже недвижимости зарегистрирована продажа 30 квартир:

| Рег. № кв. | Место расположения | Этаж | Наличие телефона | Общая площадь, м ² | Стоимость, д. е. |
|------------|--------------------|------|------------------|-------------------------------|------------------|
| 1 | 1 | 5 | 1 | 70 | 29 |
| 2 | 2 | 8 | 1 | 70 | 38 |
| 3 | 1 | 13 | 1 | 65 | 28 |
| 4 | 3 | 4 | 1 | 84 | 79 |
| 5 | 2 | 4 | 1 | 79 | 48 |
| 6 | 2 | 6 | 1 | 68 | 36 |
| 7 | 2 | 9 | 0 | 63 | 34 |
| 8 | 2 | 9 | 0 | 68 | 32 |
| 9 | 3 | 2 | 1 | 91 | 84 |
| 10 | 3 | 5 | 0 | 82 | 60 |
| 11 | 2 | 1 | 1 | 68 | 28 |
| 12 | 2 | 4 | 1 | 70 | 41 |
| 13 | 2 | 5 | 1 | 66 | 36 |
| 14 | 3 | 1 | 0 | 89 | 65 |
| 15 | 2 | 10 | 0 | 69 | 32 |
| 16 | 1 | 15 | 0 | 68 | 29 |
| 17 | 1 | 5 | 1 | 75 | 48 |

| | | | | | |
|----|---|----|---|----|----|
| 18 | 3 | 3 | 1 | 90 | 82 |
| 19 | 1 | 9 | 1 | 70 | 37 |
| 20 | 1 | 12 | 0 | 68 | 27 |
| 21 | 2 | 10 | 1 | 75 | 60 |
| 22 | 2 | 3 | 1 | 80 | 65 |
| 23 | 2 | 16 | 1 | 78 | 58 |
| 24 | 2 | 3 | 1 | 61 | 28 |
| 25 | 1 | 8 | 1 | 66 | 30 |
| 26 | 1 | 5 | 1 | 79 | 62 |
| 27 | 2 | 13 | 0 | 66 | 27 |
| 28 | 1 | 15 | 0 | 81 | 60 |
| 29 | 1 | 11 | 1 | 87 | 61 |
| 30 | 3 | 7 | 1 | 91 | 83 |

Коды расположения квартир: 1 – окраина, 2 – районы, прилегающие к центру, 3 – центр.

Коды наличия телефона: 1 – есть, 0 – нет.

Постройте ряды распределения квартир по следующим признакам:

а) месторасположение;

б) этаж;

в) наличие телефона;

г) общая площадь.

По каждому ряду распределения постройте графики.

Сделайте выводы.

Решим эту задачу с помощью Excel.

а) месторасположение.

1. Поместите данные в начале нового листа Excel.

2. Разместите в удобном для Вас месте таблицу:

| Тип расположения | Частота | В относительных единицах, % |
|------------------|---------|-----------------------------|
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |

3. Выделите ячейки под заголовком Частота и вставьте функцию ЧАСТОТА().

4. В появившемся диалоговом окне задайте Массив_данных – значения столбика Место расположения и Массив_интервалов – значения столбика Тип расположения.

5. Функция ЧАСТОТА() относится к функциям массива, поэтому дайте команду Ctrl+Shift+Enter.

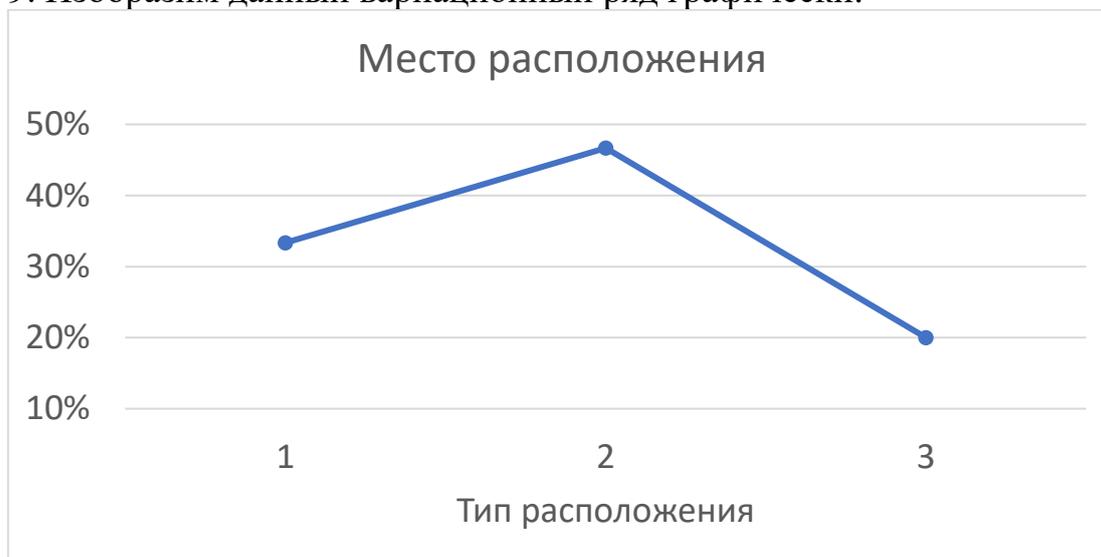
6. В результате получим распределение частот в абсолютном выражении.

7. Чтобы вычислить распределение в относительных единицах достаточно разделить абсолютную величину на общее количество квартир – 30 и установить процентный формат ячеек.

8. Таким образом, получим:

| Тип расположения | Частота | В относительных единицах, % |
|------------------|---------|-----------------------------|
| 1 | 10 | 33 |
| 2 | 14 | 47 |
| 3 | 6 | 20 |

9. Изобразим данный вариационный ряд графически:



б) этаж.

Построим интервальный вариационный ряд, характеризующий этажность.

С помощью статистических функций МАКС() и МИН() найдите максимальный и минимальный этажи: $X_{\max} = 16$, $X_{\min} = 1$. Оптимальное число групп может быть определено по формуле Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \lg N = 1 + 3,322 * \text{LOG}_{10}(30) = 5,9 \approx 6.$$

Величина интервала равна: $h \approx 3$.

Составьте таблицу:

| Группа этажей | от | до | Частота | В относительных единицах, % |
|---------------|----|----|---------|-----------------------------|
| от 1 до 4 | 1 | 4 | | |
| от 4 до 7 | 4 | 7 | | |
| от 7 до 10 | 7 | 10 | | |
| от 10 до 13 | 10 | 13 | | |
| от 13 до 16 | 13 | 16 | | |

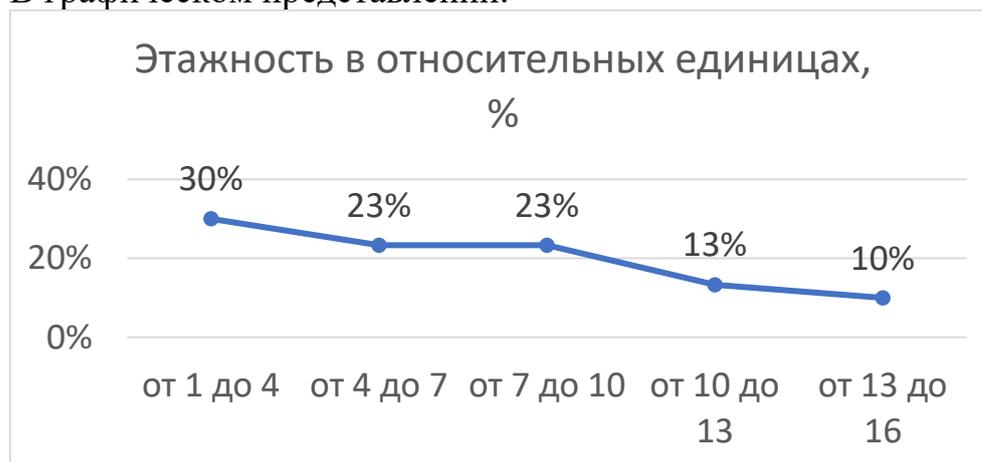
Для определения Частоты воспользуйтесь функцией ЧАСТОТА(), в которой задайте Массив_данных – значения столбика Этаж и Массив_интервалов – значения столбика до. Функция ЧАСТОТА() относится к функциям массива, поэтому дайте команду Ctrl+Shift+Enter.

В результате получим распределение частот в абсолютном выражении.

Чтобы вычислить распределение в относительных единицах достаточно разделить абсолютную величину на общее количество квартир – 30 и установить процентный формат ячеек. Таким образом, получим:

| Группа этажей | от | до | Частота | В относительных единицах, % |
|---------------|----|----|---------|-----------------------------|
| от 1 до 4 | 1 | 4 | 9 | 30 |
| от 4 до 7 | 4 | 7 | 7 | 23 |
| от 7 до 10 | 7 | 10 | 7 | 23 |
| от 10 до 13 | 10 | 13 | 4 | 13 |
| от 13 до 16 | 13 | 16 | 3 | 10 |

В графическом представлении:



в) наличие телефона

1. Разместите в удобном для Вас месте таблицу:

| Телефон | Частота | В относительных единицах, % |
|---------|---------|-----------------------------|
| 0 | | |
| 1 | | |

3. Выделите ячейки под заголовком Частота и вставьте функцию ЧАСТОТА().

4. В появившемся диалоговом окне задайте Массив_данных – значения столбика Наличие телефона и Массив_интервалов – значения столбика Телефон.

5. Функция ЧАСТОТА() относится к функциям массива, поэтому дайте команду Ctrl+Shift+Enter.

6. В результате получим распределение частот в абсолютном выражении.

7. Чтобы вычислить распределение в относительных единицах достаточно разделить абсолютную величину на общее количество квартир – 30 и установить процентный формат ячеек.

8. Таким образом, получим:

| Телефон | Частота | В относительных единицах, % |
|---------|---------|-----------------------------|
| 0 | 9 | 30 |
| 1 | 29 | 97 |

9. Изобразим данный вариационный ряд графически



Задача 10

Имеются следующие данные о персональном составе малого предприятия:

| № п/п | Образование | Пол | № п/п | Образование | Пол |
|-------|-----------------------------|---------|-------|-----------------------------|---------|
| 1 | высшее | мужской | 14 | высшее | мужской |
| 2 | высшее | мужской | 15 | среднее общее | мужской |
| 3 | базовое высшее | женский | 16 | профессионально-техническое | женский |
| 4 | среднее общее | мужской | 17 | среднее общее | женский |
| 5 | базовое высшее | женский | 18 | профессионально-техническое | женский |
| 6 | профессионально-техническое | женский | 19 | высшее | мужской |

| | | | | | |
|----|-----------------------------|---------|----|-----------------------------|---------|
| 7 | профессионально-техническое | мужской | 20 | высшее | женский |
| 8 | базовое высшее | мужской | 21 | высшее | женский |
| 9 | высшее | мужской | 22 | среднее общее | мужской |
| 10 | профессионально-техническое | мужской | 23 | высшее | мужской |
| 11 | среднее общее | женский | 24 | профессионально-техническое | мужской |
| 12 | профессионально-техническое | женский | 25 | неполное среднее | мужской |
| 13 | профессионально-техническое | мужской | | | |

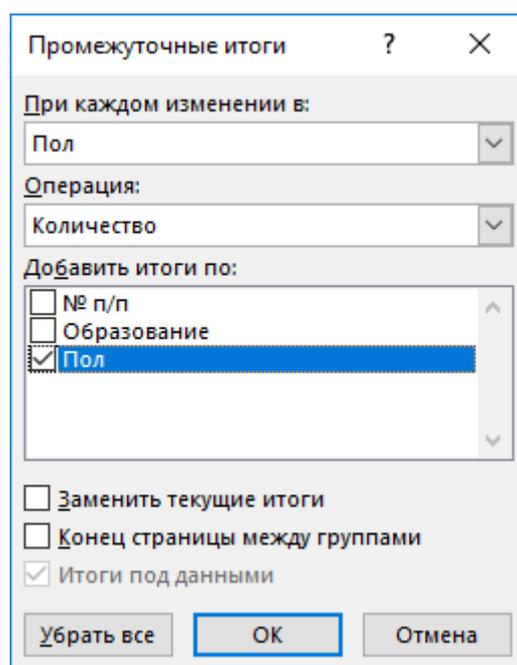
Охарактеризуйте структуру работников малого предприятия:

- 1) по полу;
- 2) по уровню образования.

В Excel эту задачу удобно решать с помощью функции Промежуточные итоги. Для этого отсортируйте диапазон данных по полю Пол.

Дайте команду Промежуточные итоги в группе Структура на вкладке Данные.

В появившемся окне установите значения полей как на рисунке:



В результате получим:

| № п/п | Образование | Пол |
|-------|-----------------------------|---------|
| 3 | базовое высшее | женский |
| 5 | базовое высшее | женский |
| 20 | высшее | женский |
| 21 | высшее | женский |
| 6 | профессионально-техническое | женский |
| 12 | профессионально-техническое | женский |
| 16 | профессионально-техническое | женский |
| 18 | профессионально-техническое | женский |
| 11 | среднее общее | женский |
| 17 | среднее общее | женский |
| | женский Количество | 10 |
| 8 | базовое высшее | мужской |
| 1 | высшее | мужской |
| 2 | высшее | мужской |
| 9 | высшее | мужской |
| 14 | высшее | мужской |
| 19 | высшее | мужской |
| 23 | высшее | мужской |
| 25 | неполное среднее | мужской |
| 7 | профессионально-техническое | мужской |
| 10 | профессионально-техническое | мужской |
| 13 | профессионально-техническое | мужской |
| 24 | профессионально-техническое | мужской |
| 4 | среднее общее | мужской |
| 15 | среднее общее | мужской |
| 22 | среднее общее | мужской |
| | мужской Количество | 15 |
| | Общее количество | 25 |

Таким образом, из 25 работников малого предприятия 10 женщин и 15 мужчин.

На новом листе установите первоначальную таблицу. Отсортируйте данные по полю Образование.

В появившемся окне установите значения полей как на рисунке:

Промежуточные итоги ? X

При каждом изменении в:

Образование

Операция:

Количество

Добавить итоги по:

№ п/п

Образование

Пол

Заменить текущие итоги

Конец страницы между группами

Итоги под данными

Убрать все OK Отмена

В результате получим:

| № п/п | Образование | Пол |
|-----------------------------|-----------------------------|---------|
| 3 | базовое высшее | женский |
| 5 | базовое высшее | женский |
| 8 | базовое высшее | мужской |
| базовое высшее Количество | 3 | |
| 20 | высшее | женский |
| 21 | высшее | женский |
| 1 | высшее | мужской |
| 2 | высшее | мужской |
| 9 | высшее | мужской |
| 14 | высшее | мужской |
| 19 | высшее | мужской |
| 23 | высшее | мужской |
| высшее Количество | 8 | |
| 25 | неполное среднее | мужской |
| неполное среднее Количество | 1 | |
| 6 | профессионально-техническое | женский |
| 12 | профессионально-техническое | женский |
| 16 | профессионально-техническое | женский |
| 18 | профессионально-техническое | женский |
| 7 | профессионально-техническое | мужской |
| 10 | профессионально-техническое | мужской |
| 13 | профессионально-техническое | мужской |
| 24 | профессионально-техническое | мужской |

| | | |
|---|---------------|---------|
| профессионально-техническое Количество | 8 | |
| 11 | среднее общее | женский |
| 17 | среднее общее | женский |
| 4 | среднее общее | мужской |
| 15 | среднее общее | мужской |
| 22 | среднее общее | мужской |
| среднее общее Количество | 5 | |
| Общее количество | 25 | |

Таким образом, из 25 работников малого предприятия имеют образование:

| | |
|-----------------------------|---|
| базовое высшее | 3 |
| высшее | 8 |
| неполное среднее | 1 |
| профессионально-техническое | 8 |
| среднее общее | 5 |

Задача 11

Имеются следующие данные о стаже работы и заработной плате работников:

| № п/п | Стаж, лет | Зароботная плата, д. е. | № п/п | Стаж, лет | Зароботная плата, д. е. |
|-------|--------------|----------------------------|-------|--------------|----------------------------|
| 1 | 1,0 | 515 | 13 | 10,5 | 590 |
| 2 | 6,5 | 516 | 14 | 1,0 | 415 |
| 3 | 9,2 | 519 | 15 | 9,0 | 518 |
| 4 | 4,5 | 516 | 16 | 5,0 | 418 |
| 5 | 6,0 | 517 | 17 | 6,0 | 516 |
| 6 | 2,5 | 515 | 18 | 10,2 | 519 |
| 7 | 2,7 | 516 | 19 | 5,0 | 517 |
| 8 | 16,0 | 621 | 20 | 5,4 | 517 |
| 9 | 13,2 | 620 | 21 | 7,5 | 518 |
| 10 | 14,0 | 621 | 22 | 8,0 | 519 |
| 11 | 11,0 | 620 | 23 | 8,5 | 519 |
| 12 | 12,0 | 619 | 24 | 8,2 | 595 |
| | | | 25 | 10,0 | 556 |

Выполните аналитическую группировку с целью изучения зависимости размера заработной платы от стажа работы. Для этого образуйте 5 групп с равными интервалами по факторному признаку. Каждую группу охарактеризуйте количеством работников и средним размером заработной платы.

Сделайте выводы.

Решение в Excel. Разместите исходные данные в начале отдельного листа в виде одной непрерывной таблицы. Факторным признаком здесь является стаж работы, а зависящим результативным признаком – размер заработной платы.

Оптимальное число групп определите по формуле Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \lg N = 1 + 3,322 * \text{LOG}_{10}(25) = 5,64.$$

Для простоты $n = 5$. Для образования групп работников в зависимости от стажа определите величину интервала группировки по формуле:

$$h = (\text{МАКС}(B2:B26) - \text{МИН}(B2:B26))/5 = 3.$$

Распределение рабочих по стажу работы оформите в виде таблицы:

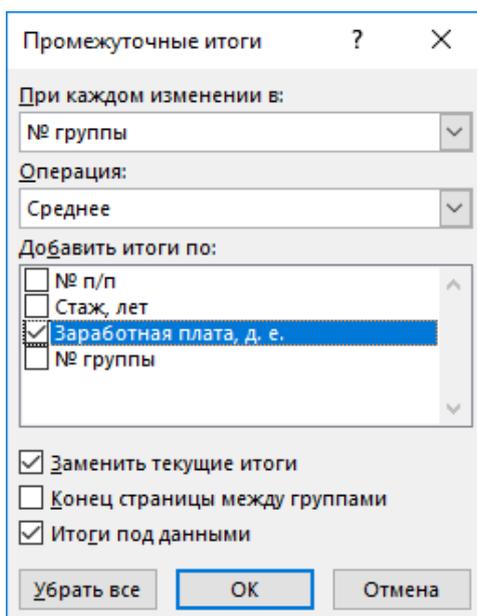
| № группы | Стаж работы, лет | Число работников, чел. | Число работников, в % к итогу |
|----------|------------------|------------------------|-------------------------------|
| 1 | 4 | 4 | 16 |
| 2 | 7 | 7 | 28 |
| 3 | 10 | 7 | 28 |
| 4 | 13 | 4 | 16 |
| 5 | 16 | 3 | 12 |
| Итого: | | 25 | |

Добавьте в таблице с данными столбец № группы. В ячейку под заголовком введите формулу:

$$=\text{ЕСЛИ}(B2 \leq 4; 1; \text{ЕСЛИ}(B2 \leq 7; 2; \text{ЕСЛИ}(B2 \leq 10; 3; \text{ЕСЛИ}(B2 \leq 13; 4; 5))))$$

После автозаполнения в этом столбике будут проставлены номера групп о работников. Отсортируйте таблицу по полю № группы по возрастанию.

Дайте команду Промежуточные итоги в группе Структура на вкладке Данные. В появившемся окне установите значения полей как на рисунке:



В результате получим таблицу, в которой для каждой группы работников указана средняя заработная плата:

| 1 | 2 | 3 | A | B | C | D |
|---|----|---|-------|-----------|------------------------|---------------|
| | 1 | | № п/п | Стаж, лет | Зарботная плата, д. е. | № группы |
| + | 6 | | | | 490,25 | 1 Среднее |
| + | 14 | | | | 502,4285714 | 2 Среднее |
| + | 22 | | | | 534,8571429 | 3 Среднее |
| + | 27 | | | | 587 | 4 Среднее |
| + | 31 | | | | 620,6666667 | 5 Среднее |
| - | 32 | | | | 537,28 | Общее среднее |

Поместите полученные данные в итоговую таблицу:

| № группы | Стаж работы, лет | Средняя заработная плата |
|----------|------------------|--------------------------|
| 1 | 4 | 490,25 |
| 2 | 7 | 502,43 |
| 3 | 10 | 534,86 |
| 4 | 16 | 509,18 |
| 5 | 4 | 620,67 |

Представьте графически зависимость средней заработной платы от стажа работы сотрудников:



Здесь наглядно видно, как растёт средняя заработная плата работников данного учреждения в зависимости от стажа работы.

Задача 12

По данным задачи 9 исследуйте характер зависимости между месторасположением квартиры и ее стоимостью. Для этого образуйте необходимое число групп по факторному признаку. По каждой группе подсчитайте:

- 1) число квартир;
- 2) стоимость квартир – всего и в среднем по группе.

Результаты представьте в таблице.

Сделайте выводы.

Задача 13

По данным задачи 9 докажите зависимость стоимости квартиры от размера общей площади, образовав 6 групп с равными интервалами по факторному признаку. По каждой группе и в целом по совокупности подсчитайте:

- 1) число квартир;
- 2) общую стоимость квартир и среднюю стоимость одной квартиры.

Результаты представьте в таблице.

АБСОЛЮТНЫЕ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

В результате сводки и группировки статистических данных получают обобщающие показатели. Первичной формой выражения статистических показателей, отражающих уровень развития явления, служат абсолютные величины.

Абсолютные величины в зависимости от задач исследования и от характера изучаемых явлений могут быть выражены в натуральных, условно-натуральных и денежных единицах. Пересчет натуральных единиц измерения в условно-натуральные производится с помощью специальных коэффициентов перевода.

Задача 14

За отчетный период предприятие выработало следующее количество мыла и моющих средств по видам:

| Виды мыла и моющих средств | Количество произведенной продукции, кг |
|---|--|
| Мыло хозяйственное 72%-ной жирности | 1000 |
| Мыло хозяйственное (специальное) 60%-ной жирности | 500 |
| Мыло хозяйственное 40%-ной жирности | 250 |
| Мыло туалетное 80%-ной жирности | 1500 |
| Стиральный порошок 10%-ной жирности | 2500 |

Требуется определить общее количество выработанной предприятием продукции в условно-натуральных единицах измерения. За условную единицу измерения принимается мыло 40%-ной жирности.

Решение. Чтобы определить общее количество продукции, выработанной предприятием, необходимо исчислить коэффициенты перевода. Если условной единицей является мыло 40%-ной жирности, то оно принимается равным единице. Тогда коэффициенты перевода в условное мыло (40%-ной жирности) исчисляем так: мыло хозяйственное 72%-ной жирности: $72/40 = 1,8$; мыло хозяйственное (специальное) 60%-ной жирности: $60/40 = 1,5$; мыло туалетное 80%-ной жирности: $80/40 = 2,0$; стиральный порошок 10%-ной жирности: $10/40 = 0,25$.

Далее определим общий объем производства мыла и моющих средств по видам (учитывая перевод в условные единицы в 40%-ном исчислении).

Расположите данные в начале отдельного листа Excel в виде таблицы:

| | А | В | С | Д | Е |
|---|---|------------------|--|----------------------|---|
| 1 | Виды мыла и моющих средств | Процент жирности | Произведено продукции в натур. ед., кг | Коэффициент перевода | Произведено продукции в условно-натуральных ед. |
| 2 | Мыло хозяйственное 72%-ной жирности | 72,00 | 1000 | =B2/\$B\$4 | =C2*D2 |
| 3 | Мыло хозяйственное (специальное) 60%-ной жирности | 60,00 | 500 | =B3/\$B\$4 | =C3*D3 |
| 4 | Мыло хозяйственное 40%-ной жирности | 40,00 | 250 | =B4/\$B\$4 | =C4*D4 |
| 5 | Мыло туалетное 80%-ной жирности | 80,00 | 1500 | =B5/\$B\$4 | =C5*D5 |
| 6 | Стиральный порошок 10%-ной жирности | 10,00 | 2500 | =B6/\$B\$4 | =C6*D6 |
| 7 | Итого | | | | =СУММ(E2:E6) |

В результате получим:

| Виды мыла и моющих средств | Произведено продукции в условно-натуральных ед. |
|---|---|
| Мыло хозяйственное 72%-ной жирности | 1800 |
| Мыло хозяйственное (специальное) 60%-ной жирности | 750 |
| Мыло хозяйственное 40%-ной жирности | 250 |
| Мыло туалетное 80%-ной жирности | 3000 |
| Стиральный порошок 10%-ной жирности | 625 |
| Итого | 6425 |

Общий объем производства мыла и моющих средств в 40%-ном исчислении составил 6425 кг.

Наряду с абсолютными статистическими величинами большое значение в статистике имеют относительные величины.

Относительные величины получают в результате сравнения двух показателей. Если сравниваются одноименные величины, то они могут быть выражены в коэффициентах (база сравнения = 1), в процентах (база сравнения = 100), в промилле (база сравнения = 1000).

К одноименным относительным величинам относятся:

- 1) планового задания и выполнение плана;
- 2) динамики;
- 3) структуры;
- 4) координации;
- 5) сравнения.

1. Относительные показатели планового задания (ОППЗ) – отношение уровня, запланированного на предстоящий период (Π), к уровню показателя, достигнутого в предыдущем периоде (Φ_0):

$$\text{ОППЗ} = \frac{\Pi}{\Phi_0} \cdot 100\% .$$

Задача 15

В III квартале товарооборот магазина составил 150 д. е., в IV квартале планируется товарооборот в 180 д. е.

Определить относительную величину планового задания.

Решение. $\text{ОППЗ} = \frac{180}{150} \cdot 100\% = 120\% .$

Таким образом, в IV квартале планируется увеличение товарооборота магазина на 20 %.

Относительные показатели выполнения плана (ОПВП) – отношение фактически достигнутого уровня в текущем периоде (Φ_1) к уровню планируемого показателя на этот же период (Π):

$$\text{ОПВП} = \frac{\Phi_1}{\Pi} \cdot 100\% .$$

Задача 16

Товарооборот магазина в IV квартале составил 202,5 д. е. при плане 180 д. е.

Определить степень выполнения плана товарооборота магазина в IV квартале.

Решение. $\text{ОПВП} = \frac{202,5}{180} \cdot 100\% = 112,5\% .$

План по товарообороту магазином выполнен на 112,5%, т. е. перевыполнение плана составило 12,5 %.

Плановое задание может предусматривать снижение уровня показателя (например, себестоимости). В таких случаях показатель планового задания меньше 100 %, будет свидетельствовать о перевыполнении плана.

2. Относительные показатели динамики характеризуют изменение уровня развития какого-либо явления во времени. Показатели этого вида получаются делением уровня признака за определенный период или момент времени на уровень этого же показателя в предыдущий период или момент. Относительные величины динамики иначе называют темпами роста. Они могут быть выражены в коэффициентах или процентах и определяются с использованием переменной базы сравнения – **цепные** и постоянной базы сравнения – **базисные** (см. Ряды динамики).

3. Относительные показатели структуры характеризуют состав изучаемой совокупности, доли, удельный вес элементов совокупности в общем итоге и представляют собой отношение части единиц совокупности (f_i) ко всему объему совокупности (Σf_i):

$$d = \frac{f_i}{\Sigma f_i} \cdot 100\% , \text{ где } d - \text{удельный вес частей совокупности.}$$

Задача 17.

Имеются следующие данные о розничном товарообороте региона за 2009–2010 гг., д. е.:

| Год | I квартал | II квартал | III квартал | IV квартал | Всего за год |
|------|-----------|------------|-------------|------------|--------------|
| 2009 | 173,7 | 182,4 | 190,3 | 206,9 | 753,3 |
| 2010 | 200,7 | 205,9 | 215,1 | 240,9 | 862,6 |

Исчислить относительные величины структуры розничного товарооборота региона по кварталам за каждый год.

Решение. Исчислим относительные величины структуры розничного товарооборота за 2016 и 2017 гг.

| 2009 г. | 2010 г. |
|---|---|
| $d_1 = \frac{173,7}{753,3} \cdot 100\% = 23,0\%$ | $d_1 = \frac{200,7}{862,6} \cdot 100\% = 23,3\%$ |
| $d_{11} = \frac{182,4}{753,3} \cdot 100\% = 24,2\%$ и т. д. | $d_{11} = \frac{205,9}{862,6} \cdot 100\% = 23,9\%$ и т. д. |

Разместите данные на листе Excel и вставьте расчетные формулы:

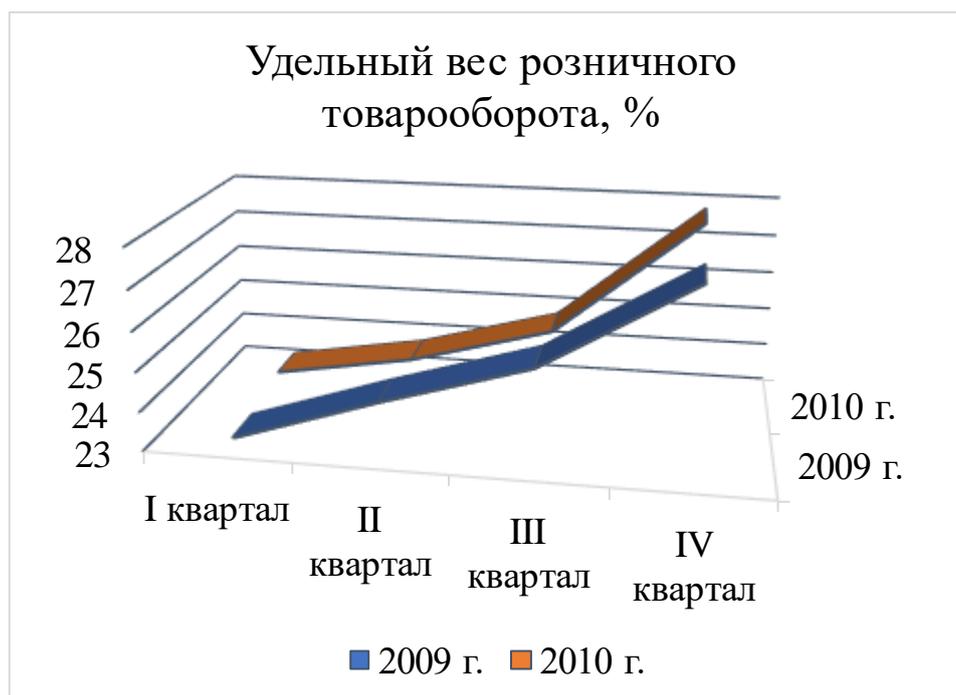
| | A | B | C | D | E | F |
|---|--|-----------|------------|-------------|------------|--------------|
| 1 | Год | I квартал | II квартал | III квартал | IV квартал | Всего за год |
| 2 | 2009 | 173,7 | 182,4 | 190,3 | 206,9 | 753,3 |
| 3 | 2010 | 200,7 | 205,9 | 215,1 | 240,9 | 862,6 |
| 4 | Удельный вес розничного товарооборота, % | | | | | |
| 5 | 2009 | =B2/\$F2 | =C2/\$F2 | =D2/\$F2 | =E2/\$F2 | =СУММ(B5:E5) |
| 6 | 2010 | =B3/\$F3 | =C3/\$F3 | =D3/\$F3 | =E3/\$F3 | =СУММ(B6:E6) |

Исчисленные относительные величины структуры представьте в таблице.

Структура розничного товарооборота региона по кварталам 2009–2010 гг.

| Квартал | Удельный вес розничного товарооборота, % | |
|---------|--|---------|
| | 2009 г. | 2010 г. |
| I | 23,0 | 23,3 |
| II | 24,2 | 23,9 |
| III | 25,3 | 24,9 |
| IV | 27,5 | 27,9 |
| Итого | 100,0 | 100,0 |

На основании данных таблицы можно построить график:



Данные таблицы свидетельствуют о том, что в изучаемые годы удельный вес розничного товарооборота закономерно растет от I к IV кварталу.

4. Относительные показатели координации (ОПК) характеризуют отношения частей изучаемой совокупности к одной из них, принятой за базу сравнения. Они показывают, во сколько раз одна часть совокупности больше другой или сколько единиц одной части приходится на 1, 10, 100, 1000 единиц другой части. Эти относительные величины могут быть исчислены как по абсолютным показателям, так и по показателям структуры.

Задача 18.

Имеются следующие данные о численности экономически активного населения государства по состоянию на начало года, млн человек:

| | |
|---------------------------------|------|
| Экономически активное население | 72,7 |
| в том числе: | |
| занятые в экономике | 65,9 |
| безработные | 6,8 |

Исчислить, сколько безработных приходится на 1000 занятых в экономике государства.

Решение. $ОПК = \frac{6,8}{65,9} \cdot 1000 = 103,2$ человека.

Следовательно, на каждую 1000 занятых в экономике данного государства приходилось 103,2 безработных.

5. Относительные показатели сравнения (ОПС) характеризуют отношения одноименных абсолютных показателей, соответствующих одному и тому же периоду или моменту времени, но к различным объектам или территориям.

Задача 19.

В 2017 г. фирма «Синтез» выпустила продукции на 950 д. е., а фирма «Колос» – на 890 д. е. Определите относительную величину сравнения, приняв за базу сравнения выпуск продукции фирмой «Колос». Сделайте выводы.

Решение. $ОПС = 950/890 = 1,067$.

Следовательно, фирма «Синтез» выпустила продукции в 1,067 раза больше, чем фирма «Колос».

К разноименным относительным величинам принадлежит относительная величина интенсивности.

6. Относительные показатели интенсивности характеризуют степень насыщенности или развития данного явления в определенной среде. Относительные показатели интенсивности представляют собой сравнение двух разноименных величин. При сопоставлении разноименных величин единица измерения относительных величин образуется из наименований сравниваемых величин: плотность населения страны – чел. / кв. км; урожайность – ц / га и т. д.

Задача 20

Среднегодовая численность населения страны в 2017 г. составила 147,7 млн человек, число родившихся – 1 304,6 тыс. человек.

Определить число родившихся на каждую 1000 человек населения (относительную величину интенсивности, характеризующую рождаемость).

Решение. Коэффициент рождаемости =

$$= \frac{\text{число родившихся}}{\text{среднегодовая числ. населения}} \cdot 1000 = \frac{1304,6}{147700} \cdot 1000 = 8,9 \text{ ‰}.$$

На каждую 1000 человек населения рождалось 8,9 человека.

Выбор относительного показателя зависит от цели, задач, содержания и познавательного значения выражаемых количественных соотношений.

Задача 21

Рассчитать объем продукции в условно-натуральных единицах измерения по данным о выработке изделий и соответствующих коэффициентах пересчета:

| Вид продукции | Выработано единиц | Коэффициент пересчета |
|------------------------------|-------------------|-----------------------|
| Тетрадь школьная (12 листов) | 500 | 1,0 |
| Тетрадь школьная (18 листов) | 100 | 1,5 |
| Тетрадь общая (96 листов) | 200 | 8,0 |

Задача 22

Имеются следующие условные данные о товарообороте торговой фирмы:

| Номер магазина | Объем розничного товарооборота, д. е. | | |
|----------------|---------------------------------------|---------|------|
| | 2016 г. (факт) | 2017 г. | |
| | | план | факт |
| 1 | 2255 | 2300 | 2346 |
| 2 | 3158 | 3200 | 3275 |
| 3 | 4280 | 4250 | 4347 |
| 4 | 4509 | 4560 | 4579 |
| 5 | 4768 | 4780 | 4810 |

Определите относительные величины планового задания на 2017 г., выполнения плана и динамики за 2017 г.

Задача 23

По плану производственной фирмы предусматривалось снижение себестоимости выпускаемой продукции на 5 %, фактически она была снижена на 7 %.

Вычислить относительную величину выполнения плана по снижению себестоимости.

Задача 24

Бизнес-планом на 2017 г. установлен прирост выпуска продукции на 4 % по сравнению с 2016 г. Фактически увеличен выпуск продукции за 2017 г. на 6 %.

Определить выполнение плана выпуска продукции в 2017 г.

Задача 25

По данным официальной статистики проанализируйте динамику численности населения Украины за указанный период:

| | | | | | | |
|--|------|------|------|------|------|------|
| | 1986 | 1991 | 1996 | 2000 | 2010 | 2018 |
| Численность населения на 1 января, млн чел. | 51,0 | 51,9 | 51,3 | 49,7 | 46,0 | 42,4 |

Задача 26

Имеются данные о розничном товарообороте региона за 2017 год, д. е.

Розничный товароборот – всего 14403,3

в том числе по формам собственности:

государственная 1445,7

негосударственная 12957,6

в том числе частная 10723,1

Определить показатели структуры розничного товарооборота по формам собственности и показатели координации.

Задача 27

Проанализируйте динамику макроэкономических показателей государства, используя следующие данные:

| Год | Валовой внутренний продукт, д. е. | Внешнеторговый оборот, д. е. | В том числе экспорт и импорт | |
|------|---|------------------------------------|---------------------------------|-------|
| | | | товаров | услуг |
| 2016 | 560 | 150 | 91 | 59 |
| 2017 | 726 | 220 | 132 | 88 |

Как изменилась структура внешнеторгового оборота в 2017 г. по сравнению с 2016 г.?

Задача 28

Известны следующие данные о населении региона в текущем году:

| Группы населения по возрасту | Группы населения по месту проживания (тыс. чел) | | Всего населения (тыс. чел.) |
|---------------------------------|--|--------------|--------------------------------|
| | городская | сельская | |
| дорabочая | 490.9 | 132.5 | 623.4 |
| рабочая | 1443.6 | 326.7 | 1770.3 |
| послерабочая | 508.8 | 200.4 | 709.2 |
| ВСЕГО: | 2443.3 | 659.6 | 3102.9 |

Охарактеризуйте структуру населения региона по месту проживания.

Задача 29

Имеются следующие условные данные о работе двух фирм за месяц:

| Фирма | Реализовано продукции, ед. | Среднемесячная численность работников, чел. |
|------------|-------------------------------|--|
| «Утро» | 63 | 29 |
| «Экспресс» | 88 | 36 |

Определить относительные величины сравнения и интенсивности. Сделать выводы.

СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Средняя величина (\bar{x}) является обобщающей характеристикой совокупности единиц по качественно однородному признаку.

В статистике применяются различные виды средних: степенные – арифметическая, гармоническая, квадратическая, геометрическая и структурные (распределительные) – мода, медиана.

Excel среднее арифметическое значение ячеек можно вычислить с помощью функции СРЗНАЧ(), среднее гармоническое – СРГАРМ(), среднее геометрическое СРГЕОМ(). Также Excel располагает функциями МЕДИАНА() и =МОДА.ОДН(), применение которых, однако, ограничивается дискретными данными. Для интервальных данных соответствующей функции в Excel нет.

Средние, кроме моды и медианы, счисляются в двух формах: простой и взвешенной. Выбор формы средней зависит от исходных данных и содержания определяемого показателя. Наибольшее распространение получила средняя арифметическая, как простая, так и взвешенная.

Средняя арифметическая простая равна сумме значений признака, деленной на их число:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}.$$

Средняя арифметическая простая применяется в случаях, когда варианты представлены индивидуально в виде их перечня в любом порядке или ранжированного ряда.

Задача 30

Доходы пяти банков по операциям с ценными бумагами за отчетный год составили: 0,4; 0,7; 0,8; 1,1; 1,2 д. е.

Определить средний доход банков по данной операции.

Решение. Средний доход пяти банков по операциям с ценными бумагами равен

$$\bar{x} = 4,2 / 5 = 0,84 \text{ д. е.}$$

В Excel среднее арифметическое значение ячеек можно вычислить с помощью функции СРЗНАЧ():

| | | | | | |
|--|-----|-----|-----|-----|----------------------|
| Доходы пяти банков по операциям с ценными бумагами за отчетный год | | | | | средний доход банков |
| 0,4 | 0,7 | 0,8 | 1,1 | 1,2 | =СРЗНАЧ(B2:F2) |

Если средняя рассчитывается по данным ряда распределения, применяется средняя арифметическая взвешенная:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}.$$

Задача 31

Имеются данные страховых организаций области о числе заключенных договоров по личному добровольному страхованию:

| № группы | Число договоров, тыс. | Число страховых организаций | Удельный вес страховых организаций, % |
|----------|-----------------------|-----------------------------|---------------------------------------|
| 1 | 20 | 6 | 12 |
| 2 | 26 | 10 | 20 |
| 3 | 30 | 15 | 30 |
| 4 | 32 | 16 | 32 |
| 5 | 36 | 3 | 6 |

Определить среднее число заключенных договоров в расчете на одну страховую организацию области.

Среднее число договоров на одну страховую организацию определяется отношением общего числа заключенных договоров к числу страховых организаций:

$$\bar{x} = \frac{20 \cdot 6 + 26 \cdot 10 + 30 \cdot 15 + 32 \cdot 16 + 36 \cdot 3}{50} = \frac{1450}{50} = 29 \text{ тыс.}$$

В Excel для подобных расчетов удобно пользоваться функциями СУММПРОИЗВ() и СУММ():

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|----------|-----------------------|-----------------------------|---------------------------------------|---|---|---|---|
| | № группы | Число договоров, тыс. | Число страховых организаций | Удельный вес страховых организаций, % | Среднее число договоров на одну страховую организацию | | | |
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | 1 | 20 | 6 | 12 | =СУММПРОИЗВ(B2:B6;C2:C6)/СУММ(C2:C6) | | | |
| 3 | 2 | 26 | 10 | 20 | | | | |
| 4 | 3 | 30 | 15 | 30 | | | | |
| 5 | 4 | 32 | 16 | 32 | | | | |
| 6 | 5 | 36 | 3 | 6 | | | | |

В качестве весов могут быть использованы относительные величины, выраженные в процентах (d). Метод расчета средней не изменится:

$$\bar{x} = \frac{\sum xd}{\sum d}.$$

Если проценты заменить коэффициентами ($\sum d = 1$), то $\bar{x} = \sum xd$:

$$\bar{x} = 20 \cdot 0,12 + 26 \cdot 0,2 + 30 \cdot 0,3 + 32 \cdot 0,32 + 36 \cdot 0,06 = 29,0 \text{ тыс.}$$

В Excel: =СУММПРОИЗВ(B2:B6;D2:D6)

| | A | B | C | D | E |
|---|----------|-----------------------|-----------------------------|---------------------------------------|---|
| | № Группы | Число договоров, тыс. | Число страховых организаций | Удельный вес страховых организаций, % | Среднее число договоров на одну страховую организацию |
| 1 | | | | | |
| 2 | 1 | 20 | 6 | 12,00% | =СУММПРОИЗВ(B2:B6;D2:D6) |
| 3 | 2 | 26 | 10 | 20,00% | |
| 4 | 3 | 30 | 15 | 30,00% | |
| 5 | 4 | 32 | 16 | 32,00% | |
| 6 | 5 | 36 | 3 | 6,00% | |

Для расчета средней из интервального ряда необходимо выразить варианты одним (дискретным) числом. Рассмотрим этот случай на примере.

Задача 32

По данным выборочного наблюдения имеется следующее распределение фермерских хозяйств района по размерам угодий:

| № группы | Хозяйства по размерам угодий | Число хозяйств | Середина интервала |
|----------|------------------------------|----------------|--------------------|
| 1 | До 40 | 20 | 35 |
| 2 | 40–50 | 40 | 45 |
| 3 | 50–60 | 25 | 55 |

| | | | |
|---|----------|----|----|
| 4 | 60–70 | 10 | 65 |
| 5 | Свыше 70 | 5 | 75 |

Для закрытых интервалов (группы 2–4) за дискретное число принимается средняя арифметическая простая из верхнего и нижнего значений интервала. Для определения варианты в группах с открытыми интервалами (группы 1 и 5) предполагается, что для первой группы величина интервала равна интервалу второй группы, а в последней группе – интервалу предыдущей. Дальнейший расчет аналогичен примеру 31.

Наряду со средней арифметической применяется **средняя гармоническая**, которая вычисляется из обратных значений усредняемого признака и по форме может быть простой и взвешенной.

Задача 33

Доходы банков в отчетном году характеризуют следующие показатели:

| № банка | Средняя процентная ставка, % | Доход банка, тыс. д. е. |
|---------|------------------------------|-------------------------|
| 1 | 40 | 600 |
| 2 | 35 | 350 |

Определить среднюю процентную ставку банков.

Решение. Основой выбора формы средней является реальное содержание определяемого показателя: ставка, % = доход банка / сумма кредита.

Средняя процентная ставка равна отношению доходов банков к сумме их кредита. В данном примере отсутствуют прямые данные о кредитах. Но их суммы можно определить косвенным путем, разделив доход банка на процентную ставку. Средняя будет равна

$$\bar{x} = \frac{\sum M}{\sum \frac{M}{x}} = \frac{600 + 350}{\frac{600}{0,4} + \frac{350}{0,35}} = \frac{950}{2500} = 0,38, \text{ или } 38\%.$$

Приведенная формула называется средней гармонической взвешенной, где веса представляют собой произведения процентной ставки (x) на сумму кредита (f): $M = xf$. В явном виде взвешенная средняя гармоническая в Excel не представлена, но её можно получить, комбинацией других функций Excel.

то среднедневная выработка рабочего по первому цеху рассчитывается формулой: =СУММПРОИЗВ(B3:B5;C3:C5)/СУММ(C3:C5).

По второму цеху расчет производим по средней гармонической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum M}{\sum \frac{1}{x} M} = \frac{418 + 432 + 140}{\frac{418}{38} + \frac{432}{36} + \frac{140}{20}} = \frac{990}{30} = 33 \text{ шт.}$$

В этом случае удобно добавить вспомогательные ячейки:

| | C | D | E | F | G |
|---|--------------------------|-----------|---------------------------------------|---|-------|
| 1 | Цех №1 | № бригады | Цех №2 | | |
| 2 | число рабочих, чел., f | | дневная выработка продукции, шт., x | объем произведенной продукции, шт., M | |
| 3 | 8 | IV | 38 | 418 | =1/E3 |
| 4 | 11 | V | 36 | 432 | =1/E4 |
| 5 | 16 | VI | 20 | 140 | =1/E5 |
| 6 | | | | =СУММ(F3:F5) | |

Формула Excel имеет вид: =СУММ(F3:F5)/СУММПРОИЗВ(F3:F5;G3:G5).

Задача 35

Имеются следующие данные о распределении рабочих по тарифному разряду:

| Тарифный разряд, x | Число рабочих, в % к итогу, f | Сумма накопленных частот, $\sum f$ |
|-------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 3 | 4 |
| 3 | 10 | 14 |
| 4 | 49 | 63 |
| 5 | 28 | |
| 6 | 9 | |
| Итого | 100 | |

Определите характеристики центра распределения изучаемой совокупности – моду и медиану.

Решение. В дискретных рядах модой является варианта с наибольшей частотой. В задаче наибольшее число рабочих имеют четвертый разряд (49%). Следовательно, мода равна четвертому разряду. Для вычисления медианы надо определить сумму накопленных частот ряда, составляющую половину общей

суммы частот. В графе 3 накопленная сумма частот составляет 63. Варианта x , соответствующая этой сумме, т. е. четвертому разряду, есть медиана.

Если сумма накопленных частот против одной из вариантов равна половине суммы частот, то медиана определяется как средняя арифметическая этой варианты и последующей.

Задача 36

Имеются следующие данные о распределении рабочих по затратам времени на обработку одной детали:

| Затраты времени на одну деталь, мин., x | Число рабочих, чел., f | Сумма накопленных частот, Σf |
|---|--------------------------|--------------------------------------|
| 4,5–5,5 | 8 | 8 |
| 5,5–6,5 | 18 | 26 |
| 6,5–7,5 | 23 | 49 |
| 7,5–8,5 | 30 | 79 |
| 8,5–9,5 | 12 | |
| 9,5–10,5 | 6 | |
| 10,5–11,5 | 3 | |
| Итого | 100 | |

Определите моду и медиану.

Решение. В интервальных рядах распределения с равными интервалами мода (M_0) и медиана (Me) определяются следующим образом.

Для расчета моды предварительно определяется модальный интервал. Это интервал, имеющий наибольшую частоту. В нашем примере это интервал [7,5–8,5]. Далее применяется формула:

$$M_o = x_{M_o} + i_{M_o} \frac{f_{M_o} - f_{M_o-1}}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o} - f_{M_o+1})},$$

где $x_{M_o} = 7,5$ – начальное значение модального интервала;

$i_{M_o} = 1$ – величина модального интервала;

$f_{M_o} = 30$ – частота модального интервала;

$f_{M_o-1} = 23$ – частота интервала, предшествующего модальному;

$f_{M_o+1} = 12$ – частота интервала, следующего за модальным.

Следовательно,

$$M_o = 7,5 + 1 \cdot \frac{30 - 23}{(30 - 23) + (30 - 12)} = 7,78 \text{ мин.}$$

Это означает, что на изготовление детали чаще всего рабочими затрачивается 7,78 мин.

Для расчета медианы предварительно необходимо определить медианный интервал. Он определяется по накопленной частоте (см. исх. таблицу).

$$M_e = x_{M_e} + i_{M_e} \cdot \frac{0,5\Sigma f - S_{M_e-1}}{f_{M_e}},$$

где $x_{M_e} = 7,5$ – начальное значение интервала, содержащего медиану;

$x_{M_e} = i_{M_e} = 1$ – величина медианного интервала;

$\Sigma f = 100$ – сумма частот ряда;

$S_{M_e-1} = 49$ – сумма накопленных частот, предшествующих медианному интервалу;

$f_{M_e} = 30$ – частота медианного интервала.

Следовательно,

$$M_y = 7,5 + 1 \cdot \frac{0,5 \cdot 100 - 49}{30} = 7,5 + 0,033 = 7,533 \text{ мин.}$$

Таким образом, одна половина рабочих затрачивает на обработку детали до 7,53 мин., другая – свыше 7,53 мин.

Задача 37

Прибыль пяти филиалов торгового дома «Апрель» характеризуется следующими данными (д. е.): 240, 290, 260, 275, 220.

Определить средний уровень прибыли по торговому дому.

Задача 38

За отчетный период имеются следующие данные по пяти малым предприятиям отрасли:

| Показатели | № предприятия | | | | |
|--|---------------|-----|-----|------|-----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Среднесписочная численность работников, чел. | 130 | 170 | 160 | 150 | 140 |
| Средняя заработная плата 1 работника предприятия, д.е. | 1200 | 900 | 800 | 1000 | 950 |

Определить среднюю заработную плату работников отрасли.

Задача 39

Имеются следующие данные о продаже картофеля на рынках города:

| № рынка | Средняя цена, д. е. | Продано, тыс. кг | | Удельный вес продажи, % | |
|---------|---------------------|------------------|-----|-------------------------|-----|
| | | март | май | март | май |
| | | | | | |

| | | | | | |
|---|-----|----|----|----|----|
| 1 | 7,5 | 35 | 28 | 25 | 20 |
| 2 | 7,0 | 42 | 42 | 30 | 30 |
| 3 | 6,5 | 63 | 70 | 45 | 50 |

Определите средние цены картофеля по трем рынкам города в марте и мае, используя в качестве частот:

- а) абсолютные данные о продаже товара;
- б) удельный вес продажи товара.

Объясните, почему при неизменных ценах и общем объеме продажи средняя цена в мае изменилась.

Задача 40

В отчетном году строительство жилья в районе по видам собственности характеризуется показателями:

| Вид собственности | Введено жилья в отчетном году, тыс. кв. м | Введено жилья в отчетном году по сравнению с базисным, % |
|-----------------------------|---|--|
| Муниципальная | 42 | 70 |
| Индивидуальных застройщиков | 60 | 100 |
| Смешанная | 84 | 105 |

Определить средний процент ввода жилья по трем видам собственности в отчетном году по сравнению с базисным.

Задача 41

Имеются данные о степени урбанизации и концентрации населения в отдельных регионах страны:

| Регион | Общая численность населения, млн. чел. | Доля городского населения, % | Плотность населения, чел/км ² |
|--------|--|------------------------------|--|
| А | 2,3 | 70 | 90 |
| Б | 1,2 | 64 | 52 |
| В | 1,1 | 61 | 48 |
| Г | 1,5 | 65 | 33 |

Определить долю городского населения и среднюю плотность населения по стране в целом.

Задача 42

Имеются данные о финансовых показателях фирм, д. е.:

| № фирмы | Получено прибыли | Акционерный капитал | Рентабельность акционерного капитала, % | Удельный вес акционерного капитала, % |
|---------|------------------|---------------------|---|---------------------------------------|
| 1 | 1500 | 5000 | 30 | 80 |
| 2 | 500 | 1250 | 40 | 20 |

Определите средний процент рентабельности акционерного капитала фирм, используя следующие показатели:

а) гр. 1 и 2; б) гр. 2 и 3; в) гр. 1 и 3; г) гр. 3 и 4.

Задача 43

Имеются следующие данные о деятельности производственной фирмы:

| Под-разделение | 2016 | | 2017 | |
|----------------|--|-------------------------------------|--|---------------------------------|
| | Уд. вес бракованной продукции в общем выпуске, % | Фактический выпуск продукции, д. е. | Уд. вес бракованной продукции в общем выпуске, % | Фактический выпуск брака, д. е. |
| 1 | 1,4 | 400 | 1,2 | 6,0 |
| 2 | 0,8 | 600 | 0,8 | 6,4 |
| 3 | 1,2 | 1000 | 1,0 | 7,0 |

Определить процент брака в среднем по фирме за 2016 и 2017 годы.

Задача 44

Получены данные о кредитных операциях банков за отчетный период:

| № банка | Краткосрочный кредит | | Долгосрочный кредит | |
|---------|---------------------------|----------------------|---------------------------|--------------------|
| | Средняя процентная ставка | Сумма кредита, д. е. | Средняя процентная ставка | Доход банка, д. е. |
| 1 | 40 | 400 | 18 | 27 |
| 2 | 50 | 600 | 15 | 45 |

Определите среднюю процентную ставку по каждому виду кредита в целом по двум банкам.

Задача 45

По данным выборочного обследования получены данные о распределении семей по числу детей:

| Число детей в семье | Число семей, в процентах к итогу | | |
|---------------------|----------------------------------|---------|---------|
| | 1 район | 2 район | 3 район |
| 0 | 5 | 6 | 13 |
| 1 | 28 | 18 | 20 |
| 2 | 22 | 34 | 27 |
| 3 | 20 | 24 | 28 |
| 4 | 13 | 8 | 10 |
| 5 | 8 | 6 | 7 |
| 6 и более | 4 | 4 | 5 |

Определите для каждого района:

- 1) среднее число детей в семье;
- 2) моду и медиану.

Проанализируйте полученные показатели.

Задача 46

Имеются следующие данные о посещении торгового предприятия покупателями в течение дня:

| Часы работы торгового предприятия, час. | Количество покупателей, в % к итогу |
|--|--|
| 9-11 | 8 |
| 11-13 | 11 |
| 13-15 | 13 |
| 15-17 | 17 |
| 17-19 | 31 |
| 19-21 | 20 |
| Всего | 100,0 |

Определить моду и медиану.

Используя полученные результаты, дайте рекомендации по организации эффективной работы торгового предприятия.

ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

Для изучения степени колеблемости отдельных значений признака от средней исчисляются показатели вариации: размах вариации, дисперсия, среднее линейное и среднее квадратичное отклонение, линейный коэффициент вариации и квадратичный коэффициент вариации.

Задача 47

Имеются следующие данные о распределении рабочих по тарифным разрядам:

| | | | | | |
|-----------------|---|---|---|---|---|
| Тарифный разряд | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Число рабочих | 1 | 2 | 6 | 8 | 3 |

Определите:

- а) дисперсию;
- б) среднее квадратичное отклонение;
- в) коэффициент вариации.

Решение. Дисперсия σ^2 , или средний квадрат отклонений для рядов распределения, исчисляется по формуле:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f},$$

т. е. является средней арифметической квадратов отклонений каждого значения признака от общей средней.

Корень квадратный из дисперсии называется **средним квадратическим отклонением**:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f}}.$$

Выражается он в единицах измерения изучаемого признака.

Коэффициент вариации – относительный показатель колеблемости, равный процентному отношению среднего квадратического отклонения к средней арифметической:

$$V_\sigma = \frac{\sigma \cdot 100}{\bar{x}}.$$

Как величина относительная, выраженная в процентах, коэффициент вариации применяется для сравнения степени вариации различных признаков. С помощью квадратического коэффициента вариации оценивается надежность средней величины и однородность статистической совокупности. Если $V_\sigma \leq 30\%$, то говорят, что совокупность однородна, а средняя надежна. В противном случае средняя величина не является типичной для изучаемой совокупности.

Как видно из формул, для расчета показателей вариации необходимо предварительно определить среднюю величину. Исчислим указанные выше показатели вариации, представив необходимые расчеты в таблице:

| Тарифный разряд, x | Число рабочих, чел., f | xf | $x - \bar{x}$ | $(x - \bar{x})f$ | $(x - \bar{x})^2 f$ |
|----------------------|--------------------------|------|---------------|------------------|---------------------|
| 2 | 1 | 2 | -2,5 | -2,5 | 6,25 |
| 3 | 2 | 6 | -1,5 | -3,0 | 4,50 |
| 4 | 6 | 24 | -0,5 | 3,0 | 1,50 |
| 5 | 8 | 40 | 0,5 | 4,0 | 2,00 |
| 6 | 3 | 18 | 1,5 | 4,5 | 6,75 |
| Итого | 20 | 90 | – | – | 21,00 |

Определим показатели:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = 90 \div 20 = 4,5 \text{ разряда.}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = 21 \div 20 = 1,05$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{21}{20}} = 1,025 \text{ разряда.}$$

$$V_\sigma = \frac{\sigma \cdot 100}{\bar{x}} = \frac{1,025 \cdot 100}{4,5} = 22,7 \%$$

Данная совокупность рабочих является однородной, а средняя величина отражает типичный уровень изучаемого признака. Об этом свидетельствует величина квадратичного коэффициента вариации, который не превышает 33 %.

В Excel для применения соответствующих средств больше подходят «необработанные» исходные данные, например, в таком виде:

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|----------|---|---|---|---|---|------------------------|------------|-------------------------------------|
| 1 | | 2 | 4 | 4 | 5 | 5 | Среднее | 4,5 | =СРЗНАЧ(B1:F4) |
| 2 | Тарифный | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | Медиана | 5 | =МЕДИАНА(B1:F4) |
| 3 | разряд | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | Мода | 5 | =МОДА.ОДН(B1:F4) |
| 4 | | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 | Стандартное отклонение | 1,02469508 | =СТАНДОТКЛОН.Г(B1:F4) |
| 5 | | | | | | | Дисперсия выборки | 1,10526316 | =ДИСП.В(B1:F4) |
| 6 | | | | | | | Коэффициент вариации | 22,77% | =СТАНДОТКЛОН.Г(B1:F4)/СРЗНАЧ(B1:F4) |

Для расчета коэффициента вариации в Excel нет специальной функции.

Задача 48

Распределение времени 130 студентов по количеству часов в неделю, затрачиваемых на самостоятельную подготовку к занятиям, характеризуется следующими данными:

| Затраты времени, часов | до 9 | 9–13 | 13–17 | 17–21 | 21 и более |
|------------------------|------|------|-------|-------|------------|
| Число студентов, чел. | 18 | 22 | 40 | 37 | 13 |

Определить статистические характеристики вариации затрат на самостоятельную подготовку студентов к занятиям: среднее линейное отклонение; дисперсию и среднее квадратичное отклонение; коэффициент вариации. Оцените качественную однородность исходной статистической совокупности.

Задача 49

По данным о степени использования оборудования фирмой определите средний коэффициент использования и среднее квадратичное отклонение для каждого вида оборудования. Сравните полученные показатели.

| Производственное оборудование | | Энергетическое оборудование | |
|-------------------------------|--------------------------------|------------------------------|--------------------------------|
| коэффициент использования, % | количество единиц оборудования | коэффициент использования, % | количество единиц оборудования |
| До 80 | 16 | До 60 | 3 |
| 80– 85 | 22 | 60– 70 | 9 |
| 85– 90 | 8 | 70– 80 | 23 |
| 90 и выше | 4 | 80 и выше | 15 |
| Итого | 50 | Итого | 50 |

Сделайте выводы.

Задача 50

По приведенным в таблице данным проведите сравнительный анализ вариации показателей:

| Регион | Плотность населения, чел. на 1 кв. км. | Занятость трудоспособного населения, % | Уровень преступности на 100 000 чел. |
|-------------------|--|--|--------------------------------------|
| А | 82,0 | 80,2 | 824 |
| В | 91,8 | 68,2 | 913 |
| С | 126,5 | 72,2 | 1407 |
| Д | 85,4 | 83,5 | 585 |
| К | 62,9 | 79,1 | 450 |
| М | 115,2 | 76,7 | 1036 |
| Р | 70,6 | 85,8 | 748 |
| В целом по стране | 84,8 | 81,0 | 870 |

Сделайте выводы.

ВЫБОРОЧНЫЙ МЕТОД

Выборочный метод – это система научных принципов случайного отбора определенной части изучаемой совокупности, которая представляла бы всю совокупность в целом и характеристики которой служили бы надежной основой статистического вывода.

Совокупность, из которой отбираются элементы для обследования, называется генеральной; совокупность, которая обследуется непосредственно, называется выборочной.

Целью выборочного наблюдения является определение характеристик генеральной совокупности – генеральной средней (\bar{x}) и генеральной доли (W). Характеристики выборочной совокупности – выборочная средняя (\tilde{x}) и выборочная доля (w) отличаются от генеральных характеристик на величину ошибки выборки (Δ). Она определяется по формулам, разработанным в теории вероятностей для каждого вида выборки и способа отбора.

Задача 51

Для изучения оснащения заводов основными производственными фондами было проведено десятипроцентное выборочное обследование, в результате которого получены следующие данные о распределении заводов по стоимости основных производственных фондов:

| Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, д. е. | До 2 | 2–4 | 4–6 | свыше 6 | Итого |
|---|------|-----|-----|---------|-------|
| Число заводов | 5 | 12 | 23 | 10 | 50 |

Определить:

а) с вероятностью 0,997 предельную ошибку выборочной средней и границы, в которых будет находиться среднегодовая стоимость основных производственных фондов всех заводов генеральной совокупности;

б) с вероятностью 0,954 предельную ошибку выборки при определении доли и границы, в которых будет находиться удельный вес заводов со стоимостью основных производственных фондов свыше 4 д. е.

Решение. Предельная ошибка выборки (ошибка репрезентативности) исчисляется по формуле:

$$\Delta = \pm t\mu,$$

где μ – средняя ошибка репрезентативности;

t – коэффициент кратности ошибки, показывающий, сколько средних ошибок содержится в предельной ошибке.

Пределы возможной ошибки (Δ) определяются с вероятностью. Значение t найдем по таблице интеграла вероятностей.

| | |
|-------|---------------------------|
| Для | Соответствует вероятность |
| t = 1 | P = 0,683 |
| t = 2 | P = 0,954 |
| t = 3 | P = 0,997 |
| | и т. д |

Конкретное количественное выражение предельная ошибка принимает после определения средней ошибки выборки. Для нахождения ошибки репрезентативности собственно случайной и механической выборок имеются нижеследующие формулы.

Повторная выборка при определении:

среднего размера ошибки признака $\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$; (1)

средней ошибки доли признака $\mu_\omega = \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}}$. (2)

Бесповторная выборка при определении:

среднего размера ошибки признака $\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$; (3)

средней ошибки доли признака $\mu_\omega = \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$; (4)

N – численность генеральной совокупности;

n – численность выборочной совокупности;

σ^2 – дисперсия варьирующего (усредняемого) признака в выборочной совокупности;

ω – доля данного признака в выборке;

(1 - ω) – доля противоположного признака в выборке.

1. Для определения границ генеральной средней необходимо исчислить среднюю выборочную (\bar{x}) и дисперсию (σ^2), техника расчета которых приведена в таблице:

| Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, д. е. | Число заводов | Середина интервала x | xf | $(x - \bar{x})$ | $(x - \bar{x})^2$ | $(x - \bar{x})^2$ f |
|---|---------------|----------------------|-----|-----------------|-------------------|------------------------|
| До 2,0 | 5 | 1 | 5 | - 3,52 | 12,39 | 61,95 |
| 2,0 – 4,0 | 12 | 3 | 36 | - 1,52 | 2,31 | 27,72 |
| 4,0 – 6,0 | 23 | 5 | 115 | 0,48 | 0,23 | 5,29 |
| Свыше 6,0 | 10 | 7 | 70 | 2,48 | 6,15 | 61,50 |
| Всего | 50 | x | 226 | | | 156,46 |

Тогда

$$\tilde{x} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f} = \frac{226}{50} = 4,52 \text{ д. е.}$$
$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x - \tilde{x})^2 \cdot f}{\Sigma f} = \frac{156,46}{50} = 3,13.$$

Итак, имеются данные: $N = 500$; $n = 50$ заводов $\sigma^2 = 3,13$.

Средняя ошибка выборки при определении среднегодовой стоимости основных фондов составит:

а) при повторном отборе (по формуле 1) –

$$\mu_x = \pm \sqrt{\frac{3,13}{50}} \approx \pm 0,25 \text{ д. е.}$$

б) при бесповторном отборе (по формуле 3) –

$$\mu_x = \pm \sqrt{\frac{3,13}{50} \left(1 - \frac{50}{500}\right)} \approx \pm 0,24 \text{ д. е.}$$

Следовательно, при определении среднегодовой стоимости основных производственных фондов в среднем по 50-ти заводам мы могли допустить среднюю ошибку репрезентативности в 0,25 д. е. - при повторном отборе и 0,24 д. е. при бесповторном отборе. Эти значения означают среднюю величину отклонения среднего значения среднегодовой стоимости основных производственных фондов в целом по выборочной совокупности от показателя среднегодовой стоимости основных производственных фондов, представленного в исходных данных и характеризующего каждую группу заводов. Исчисленные данные показывают, что при бесповторной выборке средняя ошибка репрезентативности (0,24) меньше, чем при тех же условиях при повторном отборе (0,25).

В нашем примере $P = 0,997$, следовательно, $t = 3$.

Исчислим предельную ошибку выборочной средней (Δ_x):

$$\Delta_x = \pm 3\mu; \text{ т. е. } \Delta_x = \pm 3 \cdot 0,25 = \pm 0,75 \text{ д. е. (при повторном отборе);}$$

$$\Delta_x = \pm 3\mu; \text{ т. е. } \Delta_x = \pm 3 \cdot 0,24 = \pm 0,72 \text{ д. е. (при бесповторном отборе).}$$

Порядок установления пределов, в которых находится средняя величина изучаемого показателя в генеральной совокупности в общем виде, может быть представлен следующим образом:

$$\bar{x} = \tilde{x} \pm \Delta_x; \quad \tilde{x} - \Delta_x \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_x.$$

Для нашего примера среднегодовая стоимость основных производственных фондов в среднем на один завод генеральной совокупности будет находиться в следующих пределах:

а) при повторном отборе –

$$\bar{x} = 4,52 \pm 0,75 \text{ или } 4,27 \text{ д. е.} \leq \bar{x} \leq 4,77 \text{ д. е.};$$

б) при бесповторном отборе –

$$\bar{x} = 4,52 \pm 0,72 \text{ или } 4,28 \text{ д. е.} \leq \bar{x} \leq 4,76 \text{ д. е.}$$

Эти границы можно гарантировать с вероятностью 0,997.

В Excel соответствующие расчеты можно произвести, например, в таком виде:

| | A | B | C | D | E |
|----|--|----------------------|---------------------------------|-------------------------------------|----------------|
| | Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, д. е. | Число заводов | Середина интервала x | $(x - \bar{x})^2$ | |
| 1 | | | | | |
| 2 | До 2,0 | 5 | 1 | 12,3904 | =(C2-\$B\$7)^2 |
| 3 | 2,0 – 4,0 | 12 | 3 | 2,3104 | =(C3-\$B\$7)^2 |
| 4 | 4,0 – 6,0 | 23 | 5 | 0,2304 | =(C4-\$B\$7)^2 |
| 5 | Свыше 6,0 | 10 | 7 | 6,1504 | =(C5-\$B\$7)^2 |
| 6 | Всего | 50 | =СУММ(B2:B5) | | |
| 7 | Выборочная средняя | 4,52 | =СУММПРОИЗВ(B2:B5;C2:C5)/B6 | | |
| 8 | Дисперсия | 3,19346939 | =СУММПРОИЗВ(B2:B5;D2:D5)/(B6-1) | | |
| 9 | Стандартное отклонение | 1,78702809 | =КОРЕНЬ(B8) | | |
| | Средняя ошибка выборки при повторном отборе | 0,25272394 | =B9/КОРЕНЬ(B6) | | |
| 10 | | | | | |
| 11 | Коэффициент доверия | 2,96773793 | =НОРМ.СТ.ОБР((0,997+1)/2) | | |
| 12 | | 0,75001841 | =B11*B10 | | |
| 13 | Предельная ошибка выборки | 0,75001841 | =ДОВЕРИТ.НОРМ(1-0,997;B9;B6) | | |
| 14 | Генеральная совокупность | 500 | | | |
| 15 | Средняя ошибка выборки при бесповторном отборе | 0,23975498 | =КОРЕНЬ(B8/B6*(1-B6/B14)) | | |

2. Вычисление пределов при установлении доли осуществляется аналогично нахождению пределов для средней величины. В общем виде расчет можно представить следующим образом:

$$p = \omega \pm \Delta\omega; \omega - \Delta\omega \leq p \leq \omega + \Delta\omega,$$

где p – доля единиц, обладающих данным признаком в генеральной совокупности.

Доля заводов в выборочной совокупности со стоимостью основных производственных фондов свыше 4 д. е. составляет:

$$\omega = m/n = 33/50 = 0,66 \text{ или } 66 \%$$

Определяем предельную ошибку для доли. По условию задачи известно, что $N = 500$; $n = 50$; $P = 0,954$; $t = 2$.

Исчислим предельную ошибку доли:

при повторном отборе (по формуле 2) –

$$\Delta\omega = \pm 2 \sqrt{\frac{0,66(1-0,66)}{50}} \approx \pm 0,134, \text{ или } 13,4\%;$$

при бесповторном отборе (по формуле 4) –

$$\Delta_{\omega} = \pm 2 \sqrt{\frac{0,66(1-0,66)}{50}} \left(1 - \frac{50}{500}\right), \approx \pm 0,127 \text{ или } 12,7\%.$$

Следовательно, с вероятностью 0,954 доля заводов со стоимостью основных производственных фондов свыше 4 д. е. в генеральной совокупности будет находиться в пределах:

$p = 66\% \pm 13,4\%$ или $52,6\% \leq p \leq 79,4\%$ при повторном отборе;

$p = 66\% \pm 12,7\%$ или $53,3\% \leq p \leq 78,7\%$ при бесповторном отборе.

Расчеты убеждают в том, что при бесповторном отборе ошибка выборки меньше, чем при тех же условиях при повторной выборке.

Задача 52

Используя данные предыдущей задачи, требуется определить, каким должен быть объем выборочной совокупности при условии, что:

1) предельная ошибка выборки при определении среднегодовой стоимости основных производственных фондов (с вероятностью 0,997) была бы не более 0,5 д. е.;

2) то же при вероятности 0,954;

3) предельная ошибка доли (с вероятностью 0,954) была бы не более 15%.

Решение. Для нахождения численности случайной и механической выборок имеются следующие четыре формулы:

| Повторный отбор | Бесповторный отбор |
|---|---|
| При определении среднего размера ошибки признака $n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta^2} \quad (5)$ | $n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{\Delta^2 N + t^2 \sigma^2}, \quad (6)$ |
| При определении ошибки доли признака $n = \frac{t^2 \omega(1-\omega)}{\Delta^2} \quad (7)$ | $n = \frac{t^2 \omega(1-\omega)N}{\Delta^2 N + t^2 \omega(1-\omega)} \quad (8)$ |

1. Известно, что $N = 500$; $\Delta_x = 0,5$ д. е.; $\sigma^2 = 3,13$; $P = 0,997$; $t = 3$.

Найдем объем выборки для расчета ошибки средней:

при повторном отборе (по формуле 5) –

$$n = \frac{3^2 \times 3,13}{0,5^2} \approx 113 \text{ заводов};$$

при бесповторном отборе (по формуле 6) –

$$n = \frac{3^2 \times 3,13 \times 500}{0,5^2 \times 500 + 3^2 \times 3,13} \approx 92 \text{ завода.}$$

2. Известно, что $N = 500$; $\Delta_x = 0,5$ д. е.; $\sigma^2 = 3,13$; $P = 0,954$; $t = 2$.

Определим объем выборки при бесповторном отборе (по формуле 6):

$$n = \frac{2^2 \times 3,13 \times 500}{0,5^2 \times 500 + 2^2 \times 3,13} \approx 46 \text{ завода.}$$

3. Известно, что $N = 500$; $\Delta\omega = 0,15$ д. е.; $\omega = 0,66$; $P = 0,954$; $t = 2$.

Объем выборки для расчета ошибки доли будет:

при повторном отборе (по формуле 7) –

$$n = \frac{2^2 \times 0,66 \times 0,34}{0,15^2} \approx 40 \text{ заводов;}$$

при бесповторном отборе (по формуле 8) –

$$n = \frac{2^2 \times 0,66 \times 0,34 \times 500}{0,15^2 \times 500 + 2^2 \times 0,66 \times 0,34} \approx 37 \text{ заводов.}$$

Выводы:

1) численность выборки увеличится, если при прочих равных условиях уменьшить предельную ошибку;

1) численность выборки уменьшится, если при прочих равных условиях уменьшится вероятность, с которой требуется гарантировать результат выборочного обследования;

2) численность выборки уменьшится, если при прочих равных условиях увеличить предельную ошибку.

Задача 53

При обследовании 100 образцов готовой продукции, отобранных в случайном порядке, 20 % оказались бракованными. С вероятностью 0,954 определить пределы, в которых будет находиться удельный вес качественной продукции.

Задача 54

Для определения среднего срока пользования краткосрочным кредитом в банке была произведена 5%-ная механическая выборка, в которую попало 100 счетов. В результате обследования установлено, что средний срок пользования краткосрочным кредитом – 30 дней при среднем квадратичном отклонении 9 дней. В пяти счетах срок пользования кредитом превышал 60 дней. С вероятностью 0,954 определить пределы, в которых будут находиться срок пользования краткосрочным кредитом в генеральной совокупности и доля счетов со сроком пользования краткосрочным кредитом более 60 дней.

Задача 55

Для изучения количества книг, взятых читателями в течение года, проведена 2%-ная собственно случайная бесповторная выборка 200 абонементов библиотеки, в результате которой получены следующие данные:

| Количество книг в абонементе, шт. | Число абонементов |
|-----------------------------------|-------------------|
| до 5 | 18 |
| 5–10 | 30 |
| 10–15 | 52 |
| 15–20 | 50 |
| 20–25 | 30 |
| Более 25 | 20 |
| Итого | 200 |

Определить: 1) с вероятностью 0,954 границы, в которых находится средняя книговыдача на читателя в год;

2) с вероятностью 0,997 пределы, в которых находится доля читателей, взявших не менее 15 книг.

Задача 56

В городе А с целью определения средней продолжительности поездки населения на работу предполагается провести выборочное обследование методом случайного отбора.

Какова должна быть численность выборки, чтобы с вероятностью 0,997 ошибка выборочной средней не превышала 5 минут при среднем квадратичном отклонении 20 мин.?

Задача 57

В городе А проживает 10 тыс. семей. С помощью механической выборки предполагается определить долю семей с тремя детьми и более. Какова должна быть численность выборки, чтобы с вероятностью 0,954 ошибка выборки не превышала 0,02, если на основе предыдущих обследований известно, что дисперсия равна 0,2?

Задача 58

Имеются следующие результаты выборочного наблюдения за затратами времени на изготовление деталей до и после модернизации оборудования:

| Показатель | До модернизации | После модернизации |
|---|-----------------|--------------------|
| Обследовано деталей, шт. | 20 | 20 |
| Средние затраты времени на изготовление одной детали, млн | 7 | 5 |
| Дисперсия затрат времени на изготовление деталей | 2 | 1 |

Есть ли основания утверждать (при $P = 0,997$), что вследствие модернизации оборудования средние затраты времени на изготовление одной детали снизились?

Задача 59

Результаты выборочного обследования 100 домохозяйств характеризуются данными, приведенными в таблице.

| Показатель | Средний уровень | Коэффициент вариации, % |
|--|-----------------|-------------------------|
| Среднее количество членов домохозяйств, чел. | 3,1 | 35 |
| Среднее количество работающих, чел. | 2,2 | 30 |
| Месячный среднедушевой доход, д. е. | 131 | 52 |
| Размер жилища на члена семьи, м ² | 7,0 | 66 |
| Потребления хлеба, кг / чел. | 80 | 18 |

Для каждого показателя определите относительную погрешность выборки с вероятностью 0,954, сравните их, сделайте выводы.

РЯДЫ ДИНАМИКИ

Ряды динамики характеризуют изменение уровней показателя во времени. Каждый ряд динамики состоит из двух элементов:

- 1) периодов или моментов времени;
- 2) уровней изучаемого показателя.

По признаку времени ряды динамики бывают моментными и интервальными. В зависимости от того, какими величинами представлен уровень изучаемого показателя, ряды динамики подразделяют на ряды динамики абсолютных, средних и относительных величин.

Задача 60

Имеются следующие данные о производстве продукции предприятия за 2012-2017 гг. (в сопоставимых ценах), д. е.

| | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|
| 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 |
| 80 | 84 | 89 | 95 | 101 | 108 |

Определить аналитические и обобщающие показатели ряда динамики производства продукции предприятия за 2012-2017 гг.

Решение. К аналитическим показателям ряда динамики относятся: абсолютный прирост, темп роста, темп прироста и абсолютное значение 1 %

прироста. В зависимости от задачи исследования каждый из них может быть исчислен с использованием переменной базы сравнения (цепной) и постоянной базы сравнения (базисный). К обобщающим показателям ряда динамики относятся: средний уровень ряда, средний абсолютный прирост, средний темп роста, средний темп прироста.

Абсолютный прирост (Δ_t) – это разность между последующим уровнем ряда и предыдущим (или базисным).

Так, в 2013 г. прирост продукции был равен:

Цепной – $\Delta_t = y_t - y_{t-1} = 84 - 80 = 4$ д. е., в 2014 г.: $89 - 84 = 5$ д. е.

Базисный – $\Delta_t = y_t - y_0 = 84 - 80 = 4$ д. е., в 2014 г.: $89 - 80 = 9$ д. е.

Аналогично исчисляются абсолютные приросты за любой год.

Средний абсолютный прирост исчисляется двумя способами:

а) как средняя арифметическая простая годовых (цепных) приростов:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_t}{n} = \frac{4 + 5 + 6 + 6 + 7}{5} = \frac{28}{5} = 5,6 \text{ д. е.};$$

б) как отношение базисного прироста к числу периодов:

$$\bar{\Delta} = \frac{y_t - y_0}{n} = \frac{108 - 80}{5} = \frac{28}{5} = 5,6 \text{ д. е.}$$

Темп роста (Tr) – это отношение уровней ряда динамики, которое выражается в коэффициентах и процентах.

Цепной темп роста исчисляют отношением последующего уровня к предыдущему:

$$T_{цеп} = \frac{y_t}{y_{t-1}}.$$

Базисный – отношением каждого последующего уровня к одному уровню, принятому за базу сравнения:

$$T_{баз} = \frac{y_t}{y_0}$$

Цепные темпы роста составили:

В 2013 г. по сравнению с 2012 г. $T_{13/12} = 84 / 80 = 1,050$ (105,0 %);

В 2014г. по сравнению с 2013 г. $T_{14/13} = 89 / 84 = 1,060$ (106,0 %) и т. д.

Базисные темпы за эти же периоды равны:

$T_{13/12} = 84 / 80 = 1,050$ (105,0 %); $T_{14/12} = 89 / 80 = 1,112$ (111,2 %) и т. д.

Между цепными и базисными темпами роста имеется взаимосвязь: произведение соответствующих цепных темпов роста равно базисному. Зная базисные темпы, можно исчислить цепные делением каждого последующего базисного темпа роста на каждый предыдущий.

Средний темп роста рассчитывается по формуле средней геометрической:

$$\overline{Tp} = \sqrt[n-1]{Tp_1 \cdot Tp_2 \cdot Tp_3 \cdot \dots \cdot Tp_{n-1} \cdot Tp_n} \quad \text{или} \quad \overline{Tp} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}}.$$

В первом случае необходимо перемножить базисные темпы роста.

Темп прироста (T_{np}) определяют двумя способами:

а) как отношение абсолютного прироста к предыдущему уровню:

$$T_{np} = \frac{\Delta_t}{y_{t-1}} - \text{цепной, или к базисному уровню } T_{np} = \frac{\Delta_t}{y_0} - \text{базисный.}$$

Цепные темпы прироста $T_{np13/12} = 4 / 80 = 0,050$ (5,0 %);

$T_{np14/13} = 5 / 84 = 0,060$ (6,0 %) и т. д.

Базисные темпы прироста $T_{np13/12} = 4 / 80 = 0,050$ (5,0 %);

$T_{np14/12} = 9 / 80 = 0,112$ (11,2 %) и т. д.

б) как разность между темпами роста и единицей, если темпы роста выражены в коэффициентах:

$$T_{np} = Tp - 1;$$

или как разность между темпами роста и 100%, если темпы роста выражены в процентах:

$$T_{np} = Tp - 100\%.$$

$T_{np13/12} = 1,050 - 1 = 0,050$, или $105\% - 100\% = 5,0\%$ и т. д.

Средний темп прироста рассчитывается аналогично:

$$\overline{T_{np}} = \overline{Tp} - 1 \quad \text{или} \quad \overline{T_{np}} = \overline{Tp} - 100.$$

Абсолютное значение одного процента прироста ($A1\%$) показывает, сколько в абсолютном выражении составляет каждый процент прироста. Данный показатель рассчитывается по формулам:

$$A1\% = \frac{\Delta_t}{T_t} = \frac{y_t - y_{t-1}}{\frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} \cdot 100\%} = \frac{y_{t-1}}{100} = 0,01y_{t-1}.$$

Решение в Excel. Разместите исходные данные в начале отдельного листа:

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|----|--|---------------------|----------------------------------|------------------------------------|--------------------------|----------------------------|-----------------------------|-------------------------------|---|
| 1 | Аналитические и обобщающие показатели ряда динамики производства продукции предприятия за 2005-2010 гг. | | | | | | | | |
| 2 | Год | Производство | Абсолютный прирост цепной | Абсолютный прирост базисный | Цепной темп роста | Базисный темп роста | Темп прироста цепной | Темп прироста базисный | Абсолютное значение 1 % прироста |
| 3 | 2005 | 80 | | | | | | | |
| 4 | 2006 | 84 | =B4-B3 | =B4-\$B\$3 | =B4/B3 | =B4/\$B\$3 | =C4/B3 | =D4/\$B\$3 | =B3*0,01 |
| 5 | 2007 | 89 | =B5-B4 | =B5-\$B\$3 | =B5/B4 | =B5/\$B\$3 | =C5/B4 | =D5/\$B\$3 | =B4*0,01 |
| 6 | 2008 | 95 | =B6-B5 | =B6-\$B\$3 | =B6/B5 | =B6/\$B\$3 | =C6/B5 | =D6/\$B\$3 | =B5*0,01 |
| 7 | 2009 | 101 | =B7-B6 | =B7-\$B\$3 | =B7/B6 | =B7/\$B\$3 | =C7/B6 | =D7/\$B\$3 | =B6*0,01 |
| 8 | 2010 | 108 | =B8-B7 | =B8-\$B\$3 | =B8/B7 | =B8/\$B\$3 | =C8/B7 | =D8/\$B\$3 | =B7*0,01 |
| 9 | Число периодов (n) | | | | =СЧЁТ(B4:B8) | | | | |
| 10 | Средний абсолютный прирост цепной | | | | =СРЗНАЧ(C4:C8) | | | | |
| 11 | Средний абсолютный прирост базисный | | | | =(B8-B3)/E9 | | | | |
| 12 | Средний темп роста | | | | =СРГЕОМ(E4:E8) | =(B8/B3)^(1/E9) | | | |
| 13 | Средний темп прироста | | | | =E12-1 | | | | |

Расчет среднего уровня ряда динамики рассмотрим на следующих примерах.

Задача 61

Имеются следующие данные о ежегодном производстве продукции предприятием за период 2013–2017 гг., д. е.

| 2013 г. | 2014 г. | 2015 г. | 2016 г. | 2017 г. |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| 20 400 | 21 300 | 22 200 | 22 650 | 23 600 |

Требуется исчислить среднегодовое производство продукции за изучаемый период.

Решение. Для интервального ряда динамики с равноотстоящими уровнями средний уровень исчислим по формуле средней арифметической простой:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{20400 + 21300 + 22200 + 22650 + 23600}{5} = \frac{110150}{5} = 22030 \text{ (д. е.)}$$

Ежегодно за период с 2013 по 2017 гг. предприятие в среднем производило продукции на 22 030 д. е.

Задача 62

Имеются следующие данные о производстве продукции предприятием за год, д. е.:

| 2011 г. | 2015 г. | 2016 г. | 2017 г. |
|---------|---------|---------|---------|
| 20 400 | 21 300 | 22 200 | 23 600 |

Определить среднегодовое производство продукции за период с 2011 г. по 2017 г.

Решение. Для интервального ряда динамики с разноотстоящими уровнями средний уровень исчислим по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{y} = \frac{\sum y \cdot f}{\sum f} = \frac{20400 \cdot 4 + 21300 \cdot 1 + 22200 \cdot 2 + 23600 \cdot 1}{8} = \frac{170900}{8} = 21362,5 \text{ (д. е.)}$$

Ежегодно за период с 2011 по 2017 гг. предприятие в среднем производило продукции на 21362,5 д. е.

Задача 63

Имеются следующие данные об остатках сырья и материалов на складе предприятия (д. е.):

| | |
|----------|-----|
| на 01.01 | 400 |
| на 01.02 | 455 |
| на 01.03 | 465 |
| на 01.04 | 460 |

Требуется определить среднемесячный остаток сырья и материалов на складе предприятия за I квартал.

Решение. По условию задачи имеем моментный ряд динамики с равными интервалами, поэтому средний уровень ряда будет исчислен по формуле средней хронологической:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 + \dots + \frac{1}{2}y_n}{n-1} = \frac{\frac{400}{2} + 455 + 465 + \frac{460}{2}}{4-1} = \frac{1350}{3} = 450 \text{ (д. е.)}$$

Среднемесячный остаток сырья и материалов на складе предприятия за I квартал составил 450 д. е.

Задача 64

Имеются следующие данные о товарных запасах розничного торгового предприятия (д. е.)

| На 01.01– 2017 г. | На 01.05– 2017 г. | На 01.07 –2017 г. | На 01.01– 2018 г. |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 61,1 | 57,5 | 51,3 | 74,7 |

Требуется рассчитать среднегодовой товарный запас розничного торгового предприятия за 2017 г.

Решение. Исходный моментный ряд динамики имеет неравные интервалы. В таких случаях средний уровень рассчитывается по формуле:

$$\bar{y}' = \frac{\sum \bar{y}'t}{\sum t},$$

где \bar{y}' - средние уровни в интервале между датами

t – величина интервала времени (число месяцев между моментами времени).

Так, средний уровень товарных запасов равен:

$$\text{с 01.01 по 01.05} \quad \bar{y}'_1 = \frac{61,1 + 57,5}{2} = 59,3,$$

$$\text{с 01.05 по 01.07} \quad \bar{y}'_2 = \frac{57,5 + 51,3}{2} = 54,4 \text{ и т. д.}$$

Число месяцев (t) между моментами времени равно 4, 3, 5. Следовательно, средний уровень товарных запасов за год составит:

$$\frac{59,3 \cdot 4 + 54,4 \cdot 3 + 63,0 \cdot 5}{4 + 3 + 5} = \frac{715,4}{12} = 59,6 \text{ (д. е.)}$$

Среднегодовой товарный запас розничного торгового предприятия за 2017 г. составил 59,6 д. е.

Данные динамического ряда позволяют выявить закономерности изучаемого явления. Если значения уровней ряда динамики колеблются, то для выявления основной тенденции ряда динамики применяют:

- Метод укрупнения интервалов;
- Метод скользящих средних;
- Метод аналитического выравнивания.

Суть **метода укрупнения интервалов** состоит в том, что исходный интервальный ряд динамики заменяется другим интервальным рядом с более длительными периодами. Например, данные ежедневной численности работников предприятия заменяют на аналогичный показатель за декаду, размер прибыли предприятия за месяц заменяется на аналогичный показатель за квартал и т. д. Разновидностью метода укрупнения интервалов является **метод скользящих средних**. Суть его состоит в том, что новый динамический ряд образуется из исходного путем «скольжения» на один уровень. Скользящая сумма определяется по средней арифметической из определенного числа уровней ряда в соответствии с шагом скольжения. Чаще всего шаг скольжения представляет собой нечетное число.

Задача 65

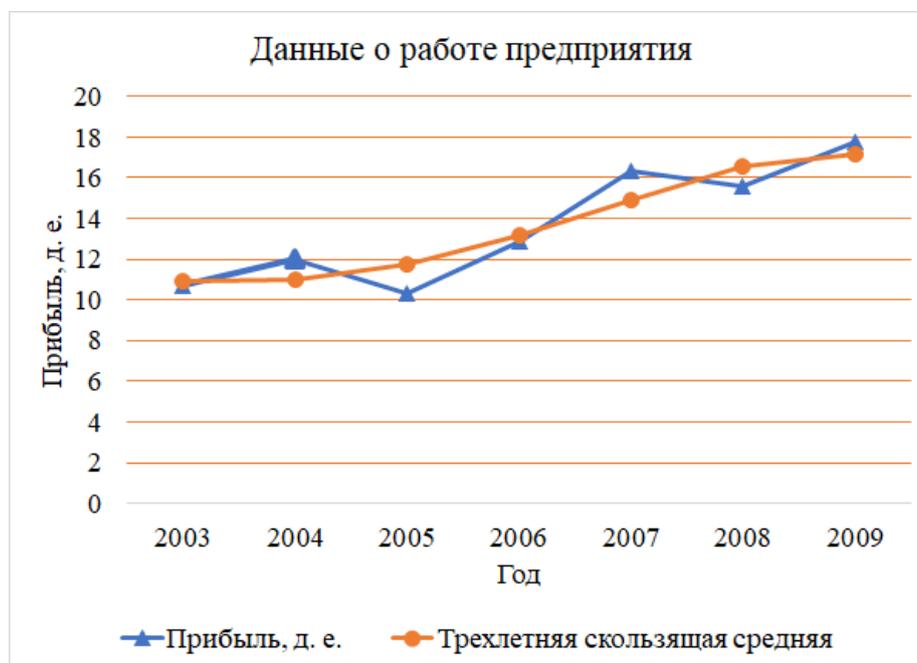
По имеющимся данным о работе предприятия определите тенденцию прибыли предприятия за период с 2002 г. по 2010 г. с помощью трехлетней скользящей средней.

| Год | Прибыль, д. е. | Скользящая трехлетняя сумма прибыли | Трехлетняя скользящая средняя |
|-----------------|----------------|-------------------------------------|-------------------------------|
| Исходные данные | | Расчетные данные | |
| 2002 | 10 | - | - |
| 2003 | 10,7 | 10,0+10,7+12,0 = 32,7 | 32,7 : 3 = 10,9 |
| 2004 | 12 | 10,7+12,0+10,3 = 33,0 | 33,0 : 3 = 11,0 |
| 2005 | 10,3 | | 11,8 |
| 2006 | 12,9 | | 13,2 |
| 2007 | 16,3 | | 14,9 |
| 2008 | 15,6 | | 16,6 |
| 2009 | 17,8 | | 17,1 |
| 2010 | 18 | - | - |

По значениям исходного временного ряда в Excel можно построить сглаженный временной ряд методом скользящего среднего по данным, например, за 3 года посредством функции СРЗНАЧ(). Используя маркер автозаполнения, копируем формулу на диапазон ячеек C5:C11.

| | A | B | C |
|----|------------------------------------|-----------------------|--------------------------------------|
| 1 | Данные о работе предприятия | | |
| 2 | Год | Прибыль, д. е. | Трехлетняя скользящая средняя |
| 3 | Исходные данные | | Расчетные данные |
| 4 | 2002 | 10 | - |
| 5 | 2003 | 10,7 | =СРЗНАЧ(B4:B6) |
| 6 | 2004 | 12 | =СРЗНАЧ(B5:B7) |
| 7 | 2005 | 10,3 | =СРЗНАЧ(B6:B8) |
| 8 | 2006 | 12,9 | =СРЗНАЧ(B7:B9) |
| 9 | 2007 | 16,3 | =СРЗНАЧ(B8:B10) |
| 10 | 2008 | 15,6 | =СРЗНАЧ(B9:B11) |
| 11 | 2009 | 17,8 | =СРЗНАЧ(B10:B12) |
| 12 | 2010 | 18 | - |

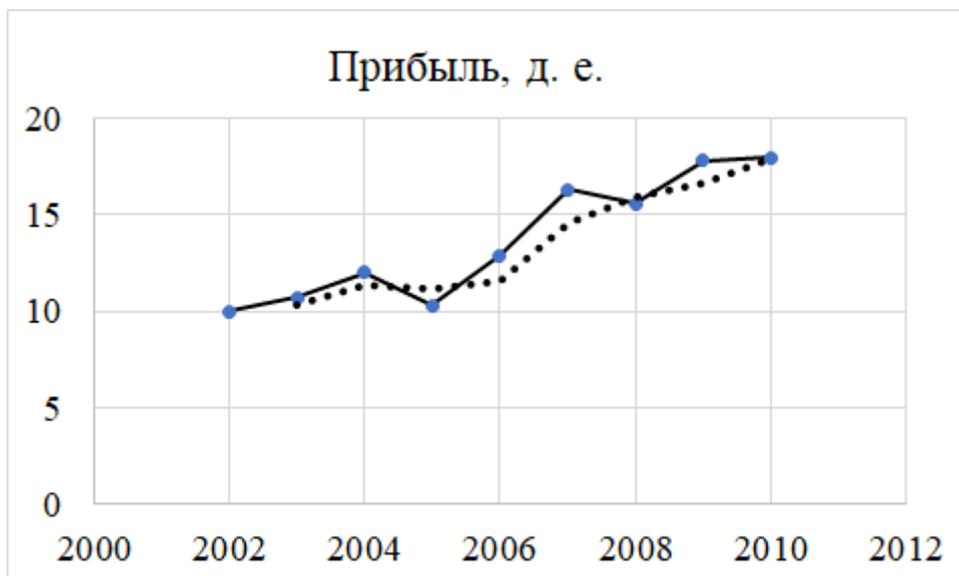
На графике представлены исходные данные и сглаженные методом скользящей средней.



Этот способ позволяет выбирать данные, по которым строить сглаженный временной ряд, например, за 3 периода, за 5 периодов и т.п.

Для быстрого построения графика скользящей средней в Excel можно щёлкнуть в любом месте диаграммы и на открывшейся панели Работа с

диаграммами на вкладке Формат в группе Текущий фрагмент выбрать стрелку рядом с полем Элементы диаграммы, а затем – Линия тренда – Линейная фильтрация (Скользящее среднее).



Таким образом, расчетные значения динамического ряда, представленные в последней графе таблицы, позволяют более явно выявить закономерность увеличения прибыли предприятия за изучаемый период.

Метод аналитического выравнивания динамического ряда позволяет не только выявить основную тенденцию, но и построить прогноз изучаемого показателя. В основе метода лежит выбор математической функции, которая максимально приближенно описывает изучаемое явление. Это может быть уравнение линейной, экспоненциальной, параболической и др. математической функции. Выбор функции определяется графически. Рассмотрим пример выравнивания динамического ряда по прямой:

$$Y_t = a_0 + a_1 t,$$

где Y_t – теоретические уровни (значения выровненного ряда, которые нужно вычислить);

a_0 – значение ряда при $t = 0$;

a_1 – средний абсолютный прирост.

Определение параметров осуществляется путем решения системы уравнений:

$$\begin{cases} a_0 \cdot n + a_1 \cdot \sum t = \sum y \\ a_0 \cdot \sum t + a_1 \cdot \sum t^2 = \sum y \cdot t, \end{cases}$$

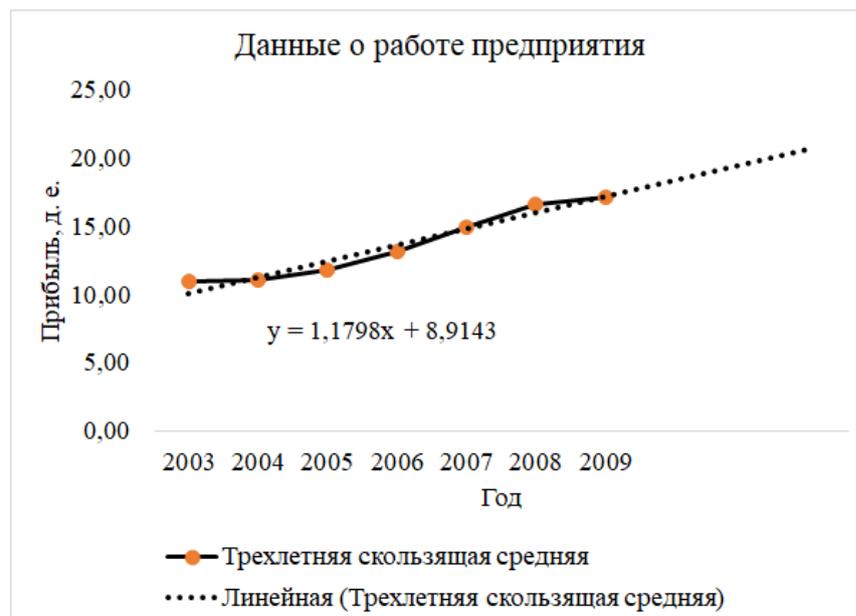
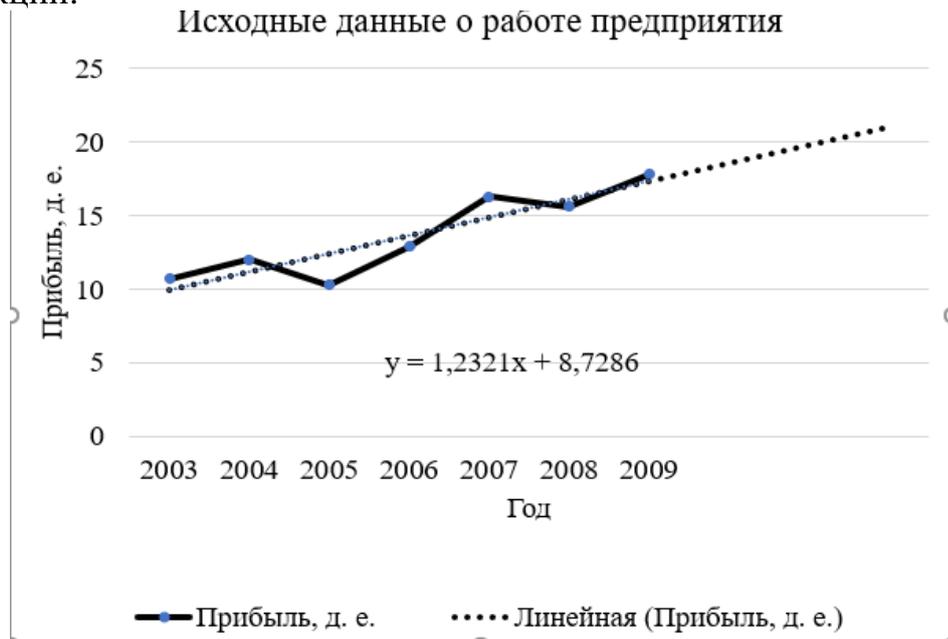
где y – фактические уровни ряда динамики;

n – число уровней ряда.

Для упрощения расчетов используется число условных лет – t . Причем, сумма таких показателей в пределах ряда должна равняться нулю. Если это условие выполняется, то параметры a_0 и a_1 рассчитываются по формулам:

$$\begin{cases} a_0 = \Sigma y/n \\ a_1 = \Sigma y \cdot t / \Sigma t^2 \end{cases}$$

Для построения линии тренда в Excel можно кликнуть по диаграмме и нажать на плюс (+) рядом с диаграммой. Откроется меню Элементы диаграммы, в котором нужно отметить параметр Линия тренда. Здесь можно выбрать один из предложенных вариантов (линейная, экспоненциальная, линейный прогноз, скользящее среднее и т.д.). На диаграмме можно показать формулу аппроксимирующей функции.



Задача 66

По имеющимся данным о работе предприятия определите тенденцию прибыли предприятия за период с 2009 г. по 2017 г. с помощью аналитического выравнивания по прямой.

| Год | y | t | t^2 | $y \cdot t$ | Y_t |
|------------------------|-------|----------------------|-------|-------------------------|-------|
| <i>Исходные данные</i> | | <i>Условные годы</i> | | <i>Расчетные данные</i> | |
| 2009 | 10,0 | -4 | 16 | -40,0 | 9,3 |
| 2010 | 10,7 | -3 | 9 | -32,1 | 10,4 |
| 2011 | 12,0 | -2 | 4 | -24,0 | 11,5 |
| 2012 | 10,3 | -1 | 1 | -10,3 | 12,6 |
| 2013 | 12,9 | 0 | 0 | 0,0 | 13,7 |
| 2014 | 16,3 | 1 | 1 | 16,3 | 14,8 |
| 2015 | 15,6 | 2 | 4 | 31,2 | 15,9 |
| 2016 | 17,8 | 3 | 9 | 53,4 | 17,1 |
| 2017 | 18,0 | 4 | 16 | 72,0 | 18,2 |
| Итого | 123,6 | 0 | 60 | 66,5 | 123,6 |

Подставив табличные значения в вышеприведенные формулы, получим:

$$a_0 = 123,6/9 = 13,73 \text{ и } a_1 = 66,5/60 = 1,11.$$

Уравнение прямой примет вид:

$$Y_t = 13,73 + 1,11 \cdot t.$$

Для прогнозирования показателя прибыли предприятия, например, в 2019 г., продолжим ряд условных лет: 2018 г. соответствует $t = 5$, 2019 г. - $t=6$. Подставим в уравнение теоретической прямой:

$$Y_{2019} = 13,73 + 1,11 \cdot 6 = 20,39 \text{ д.е.}$$

Таким образом, прибыль предприятия в 2019 г. при условии сохранения тенденции развития составит 20,39 д.е.

Описанный прием прогнозирования называется экстраполяцией динамического ряда.

Задача 67

Реализация картофеля на рынках города за три года характеризуется следующими данными:

| Год | Месяц | | | | | | | | | | | |
|------|-------|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 2015 | 70 | 71 | 82 | 190 | 280 | 472 | 295 | 108 | 605 | 610 | 184 | 103 |
| 2016 | 71 | 85 | 84 | 308 | 383 | 443 | 261 | 84 | 630 | 450 | 177 | 168 |
| 2017 | 63 | 60 | 59 | 261 | 348 | 483 | 305 | 129 | 670 | 515 | 185 | 104 |

Определите индексы сезонности.

Задача 68

Имеются следующие данные о производстве продукции промышленного предприятия за 2012 – 2017 гг. (в сопоставимых ценах, д. е.):

| 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 |
|------|------|------|------|------|------|
| 12 | 10 | 9 | 13 | 11 | 12 |

Рассчитайте аналитические и обобщающие характеристики ряда динамики.

Проведите комплексный анализ динамики производства продукции промышленного предприятия за изучаемый период и сделайте аналитическое заключение.

Задача 69

Используя взаимосвязь характеристик динамики, определить недостающие в таблице уровни ряда и цепные показатели динамики.

Производство тканей на предприятиях региона

| Годы | Произведено тканей, тыс. м. | Цепные показатели динамики | | | |
|------|-----------------------------|----------------------------|---------------|------------------|---------------------------------|
| | | абсолютный прирост, тыс. м | темп роста, % | темп прироста, % | абсолютное значение 1% прироста |
| 2012 | 95,2 | | | | |
| 2013 | | 4,8 | | | |
| 2014 | | | 104,0 | | |
| 2015 | | | | 5,8 | |
| 2016 | | 7,0 | | | |
| 2017 | | | | | 1,15 |

Задача 70

Заполните таблицу задачи 69 недостающими базисными показателями динамики.

Задача 71

Имеются данные о движении денежных средств на расчетном счете в IV квартале, д. е.:

| | |
|---------------------------------------|---------|
| остаток денежных средств на 1 октября | – 12600 |
| 10 октября поступило | – 500 |
| 10 ноября поступило | – 500 |
| 21 ноября выдано | – 600 |
| 10 декабря поступило | – 1500 |
| 25 декабря поступило | – 1000. |

Определить средний остаток вклада:

а) за октябрь; б) за ноябрь; в) за декабрь; г) за IV квартал.

Задача 72

Имеются следующие данные о розничном товарообороте региона за 2010 год по месяцам (д. е.):

| | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 7,4 | 7,9 | 8,7 | 8,2 | 7,9 | 8,2 | 8,8 | 8,7 | 8,7 | 8,1 | 8,3 | 9,0 |

Произведите сглаживание ряда методом скользящей средней ($m = 5$)

Задача 73

Имеются следующие данные о размере товарных запасов универмага по месяцам за текущий год (д. е.):

| | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 21,2 | 21,3 | 21,2 | 21,3 | 21,2 | 21,0 | 21,0 | 20,2 | 19,2 | 20,1 | 20,8 | 21,1 |

Произведите выравнивание ряда динамики по прямой.

Задача 74

Имеются следующие данные о командировочных расходах фирмы:

| Квартал | Годы | | | |
|-----------|------|------|-----|------|
| | 1-ый | 2-ой | 3-й | 4-ый |
| Первый | 10 | 10 | 10 | ? |
| Второй | 50 | 40 | 60 | ? |
| Третий | 60 | 70 | 80 | ? |
| Четвертый | 20 | 30 | 40 | ? |

Проанализируйте и оцените сезонную колеблемость командировочных расходов фирмы.

Определите ежеквартальные суммы командировочных расходов в четвертом году, если известно, что фирма планирует увеличить их общий объем на 25%.

ИНДЕКСЫ

Индексы – обобщающие показатели сравнения во времени и в пространстве однотипных (одноименных) явлений и совокупностей, состоящих из несоизмеримых элементов. Индексы – это отношение двух абсолютных показателей. Показатель, который сравнивают, называется индексируемой величиной (это – числитель); показатель, с которым сравнивают, называется базой сравнения (это – знаменатель). При этом показатель, принятый за базу сравнения, имеет подстрочный знак «0», индексируемый показатель – подстрочный знак «1».

Индекс как относительная величина чаще всего измеряется в коэффициентах и процентах.

В международной статистике используется следующая система обозначений: p – цена единицы товара или произведенной продукции, q – количество проданного товара или произведенной продукции, z , c – себестоимость продукции.

Индексы бывают индивидуальными и общими (сводными). Индивидуальный индекс характеризует изменение изучаемого показателя у одного элемента совокупности. Сводные (общие) индексы характеризуют общее изменение изучаемого показателя у всех элементов совокупности.

Индексы средних величин характеризуют изменение среднего уровня изучаемого показателя.

Задача 75

Имеются следующие данные о проданных товарах:

| Товары | Единицы измерения | Количество, тыс. ед. | | Цена, д. е. | |
|--------|-------------------|----------------------|-----------------|----------------|-----------------|
| | | Базовый период | Отчетный период | Базовый период | Отчетный период |
| А | кг | 1000 | 750 | 15 | 20 |
| Б | л | 2000 | 1800 | 5 | 6 |

Определить индивидуальные индексы объемов продаж в натуральном выражении, цен и товарооборота.

Решение. Индивидуальные индексы объемов продаж, цен и товарооборота определяются по соответствующим формулам:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}; i_p = \frac{p_1}{p_0}; i_{pq} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0}.$$

По товару «А»:

$$i_q = \frac{750}{1000} = 0,75 \text{ или, умножив на } 100\%: 75,0 \%;$$

$$i_p = \frac{20}{15} = 1,333 \text{ или } 133,3 \%;$$

$$i_{pq} = \frac{20 \cdot 750}{15 \cdot 1000} = 1,000 \text{ или } 100,0 \%.$$

При этом $i_{pq} = i_p \cdot i_q \Rightarrow 1,000 = 1,333 \cdot 0,75$

Соответствующие показатели для товара «Б»: 0,900; 1,200; 1,080.

В отчетном периоде по сравнению с базисным наблюдается снижение объема продаж по двум товарам: по товару «А» – на 25 %, по товару «Б» – на 10 %. По товару «А» цена увеличилась на 33,3 %, по товару «Б» – на 20,0 %. Товарооборот по товару «А» остался неизменным – 100,0 %, по товару «Б» увеличился незначительно – на 8,0 %.

Решение в Excel:

| | A | B | C | D | E | F |
|----|-------------------------------|-------------------|----------------------|-----------------|----------------|-----------------|
| 1 | Товары | Единицы измерения | Количество, тыс. ед. | | Цена, д. е. | |
| 2 | | | Базовый период | Отчетный период | Базовый период | Отчетный период |
| 3 | А | кг | 1000 | 750 | 15 | 20 |
| 4 | Б | л | 2000 | 1800 | 5 | 6 |
| 5 | Индивидуальные индексы | | | | | |
| 6 | объема продаж А | =D3/C3 | | | | |
| 7 | объема продаж Б | =D4/C4 | | | | |
| 8 | цен А | =F3/E3 | | | | |
| 9 | цен Б | =F4/E4 | | | | |
| 10 | товарооборота А | =B6*B8 | | | | |
| 11 | товарооборота Б | =B7*B9 | | | | |

Результаты наглядно можно представить на диаграмме:



Линия 100 % определяет отсутствие изменения. Часть столбца выше этой линии обозначает положительный прирост. Если столбец ниже линии 100 %, то расстояние от него до линии соответствует уменьшению данного признака.

Задача 76

По данным задачи 75 определить:

- 1) агрегатные индексы физического объема, цен и товарооборота;
- 2) абсолютные приросты товарооборота за счет изменения объемов продаж, цен и за счет совместного действия обоих факторов.

Доказать взаимосвязь между общими индексами и между абсолютными приростами товарооборота.

Решение.

1. Агрегатный индекс физического объема проданных товаров определяется по формуле:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

$$\text{Подставим } I_q = \frac{750 \cdot 15 + 1800 \cdot 5}{1000 \cdot 15 + 2000 \cdot 5} = \frac{20250}{25000} = 0,81 \text{ или } 81 \%.$$

Индекс цен в агрегатной форме выглядит следующим образом:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}.$$

Используя исходные данные:

$$I_p = \frac{20 \cdot 750 + 6 \cdot 1800}{15 \cdot 750 + 5 \cdot 1800} = \frac{25800}{20250} = 1,274.$$

Индекс стоимости товарооборота можно определить по формуле:

$$I_{pq} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0}$$

или используя взаимосвязь индексов:

$$I_{pq} = I_p \times I_q.$$

Подставим в формулы исходные данные и значения рассчитанных индексов, получаем:

$$I_{pq} = \frac{20 \cdot 750 + 6 \cdot 1800}{15 \cdot 1000 + 5 \cdot 2000} = \frac{25800}{25000} = 1,032 \text{ (103,2 \%)}.$$

Используя взаимосвязь индексов:

$$1,032 = 1,274 \cdot 0,810.$$

На листе Excel данные задачи 75 удобно расположить следующим образом:

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|-------------------------------|---------------------------------------|---------|--------|-----------------|---------|--------------------------|---------|---------|
| 1 | Индивидуальные индексы | | | | | | | | |
| 2 | | Физический объем продукции (q) | | | Цена (p) | | Товарооборот (pq) | | |
| 3 | | Товар А | Товар Б | Всего | Товар А | Товар Б | Товар А | Товар Б | Всего |
| 4 | Базовый период | 1000 | 2000 | 3000 | 15 | 5 | 15000 | 10000 | 25000 |
| 5 | Отчетный период | 750 | 1800 | 2550 | 20 | 6 | 15000 | 10800 | 25800 |
| 6 | Индивидуальные индексы | 75,00% | 90,00% | 85,00% | 133,33% | 120,00% | 100,00% | 108,00% | 103,20% |

Тогда агрегатные индексы можно вычислить с помощью формул:

| Агрегатные индексы | |
|---------------------------------|--|
| физического объема продукции | =СУММПРОИЗВ(B5:C5;E4:F4)/СУММПРОИЗВ(B4:C4;E4:F4) |
| цен | =СУММПРОИЗВ(E5:F5;B5:C5)/СУММПРОИЗВ(E4:F4;B5:C5) |
| товарооборота | =A10*B10B |

В результате получим:

| Агрегатные индексы | | |
|---------------------------|---------|---------------|
| физического объема | цен | товарооборота |
| 81,0 % | 127,4 % | 103,2 % |

2. Изменение стоимости товарооборота (pq) обусловлено влиянием двух факторов: цены и количества проданных товаров. Оценка этого изменения в абсолютном выражении определяется как разность числителя и знаменателя индекса стоимости товарооборота:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} \Rightarrow \Delta pq = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0;$$

$$\Delta pq = 25800 - 25000 = 800 \text{ (д. е.);}$$

Абсолютная оценка влияния цен на изменение стоимости товарооборота определяется аналогично как разность числителя и знаменателя соответствующего индекса – индекса цен:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \Rightarrow \Delta pq(p) = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1;$$

$$\Delta pq(p) = 25800 - 20250 \text{ (д. е.)}.$$

Абсолютное изменение товарооборота за счет изменения количества проданных товаров определяется аналогично:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \Rightarrow \Delta pq(q) = \sum p_1 q_0 - \sum p_0 q_0;$$

$$\Delta pq(q) = 20205 - 25000 = -4750 \text{ (д. е.)}.$$

Совместное влияние двух факторов – количества проданных товаров и цен – на изменение товарооборота: $800 = 5550 + (-4750)$. В общем виде совместное влияние факторов описывается моделью:

$$\Delta pq = \Delta pq(p) + \Delta pq(q).$$

Вывод: в отчетном периоде по сравнению с базисным товарооборот изменился следующим образом.

Количество проданных товаров в среднем по двум наименованиям уменьшилось на 4750 д. е., что составило 19 %. Наиболее существенно снизился уровень продажи товара «А» – 25 %. Аналогичный показатель товара «Б» – 10 %.

Цены по двум товарам увеличились в среднем на 27,4 %. Это повлекло за собой перерасход денежных средств покупателей и увеличение товарооборота на 5500 д. е.

Относительное изменение цен отдельно по товару «А» и «Б» составило соответственно 33,3 % и 20,0 %.

В целом, за счет влияния количества проданных товаров и изменения цен, товарооборот вырос на 800 д. е. или на 3,2 %.

Задача 77

Известны следующие данные о торгах на фондовом рынке:

| Рынок | Объем торгов, д. е. | | Изменение уровня, % | |
|-----------|---------------------|-----------------|---------------------|---------------|
| | Базисный период | Отчетный период | цены | объема торгов |
| Первичный | 80 | 190 | +90 | +35 |
| Вторичный | 40 | 120 | +150 | +20 |
| Итого | 120 | 310 | x | x |

Определите в целом по фондовому рынку изменение следующих показателей в отчетном периоде по сравнению с базисным:

- 1) объема торгов;
- 2) цен;
- 3) количества проданных акций.

Решение.

1. Исходные данные позволяют определить изменение объема торгов по формуле общего индекса в агрегатной форме:

$$I_{pq} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0}.$$

Подставим соответствующие значения показателей отчетного и базисного периодов:

$$I_{pq} = \frac{190 + 120}{80 + 40} = \frac{310}{120} = 2,583 \text{ или, умножив на } 100\%, - 258,3\%.$$

2, 3. Изменение цен и количества проданных акций определим, используя индекс цен и индекс физического объема в средневзвешенной форме:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}} \quad \text{и} \quad I_q = \frac{\sum i_q p_0 q_0}{\sum p_0 q_0}.$$

$$I_p = \frac{310}{\frac{190}{1,9} + \frac{120}{2,5}} = 2,090 \quad \text{и} \quad I_q = \frac{1,35 \cdot 80 + 1,2 \cdot 40}{120} = 1,3.$$

В целом по фондовому рынку цены на акции в текущем году возросли в среднем в 2,09 раза.

Количество проданных акций в среднем возросло на 30,0 %.

Использование агрегатной формы индекса цен и индекса физического объема невозможно, поскольку исходные данные не содержат агрегат $p_0 q_1$.

На листе Excel решение задачи можно представить следующим образом:

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|--------------------------------------|---------------------|-----------------|---------------------|---------------|-----------------|-----------------|-----------------------|-----------------|
| 1 | Рынок | Объем торгов, д. е. | | Изменение уровня, % | | Уровень цены | | Уровень объема торгов | |
| 2 | | Базисный период | Отчетный период | цены | объема торгов | Базисный период | Отчетный период | Базисный период | Отчетный период |
| 3 | Первичный | 80 | 190 | 90,00% | 35,00% | 1,00 | 1,90 | 1,00 | 1,35 |
| 4 | Вторичный | 40 | 120 | 150,00% | 20,00% | 1,00 | 2,50 | 1,00 | 1,20 |
| 5 | Итого | 120 | 310 | | | | | | |
| 6 | Изменение объема торгов | 258,33% | | | | | | | |
| 7 | Изменение цен | 2,09 | | | | | | | |
| 8 | Изменение количества проданных акций | 1,30 | | | | | | | |

Здесь в ячейках помещены формулы:

| Ячейка | Формула |
|--------|--------------------------------|
| G3 | =F3+D3 |
| I3 | =H3+E3 |
| G4 | =H3+E3 |
| I4 | =H4+E4 |
| B5 | =СУММ(B3:B4) |
| C5 | =СУММ(C3:C4) |
| B6 | =СУММ(C3:C4)/СУММ(B3:B4) |
| B7 | =C5/СУММПРОИЗВ(C3:C4;G3:G4^-1) |
| B8 | =СУММПРОИЗВ(B3:B4;I3:I4)/C4 |

Задача 78

Имеются данные о выпуске однородной продукции по предприятиям:

| № пр-я | Выпуск продукции, тыс. ед. | | Себестоимость ед. продукции, д. е. | |
|--------|----------------------------|------------|------------------------------------|------------|
| | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал |
| 1 | 40 | 36 | 7,0 | 8,0 |
| 2 | 60 | 84 | 6,0 | 6,5 |
| Итого | 100 | 120 | x | x |

Определить в целом по двум предприятиям:

- 1) индекс средней себестоимости продукции;
- 2) индекс себестоимости постоянного состава;
- 3) индекс структурных сдвигов.

Решение.

1. Индекс средней себестоимости продукции (индекс переменного состава) определяется по формуле:

$$I_{\bar{z}} = \frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_0} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} / \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0},$$

где \bar{Z}_0, \bar{Z}_1 – средняя себестоимость соответственно в первом и втором кварталах.

$$I_{\bar{z}} = \frac{8,0 \cdot 36 + 6,5 \cdot 84}{36 + 84} / \frac{7,0 \cdot 40 + 6,0 \cdot 60}{40 + 60} = \frac{834}{120} / \frac{640}{100} = 6,95 / 6,4 = 1,086 \text{ (108,6 \%)}.$$

Средняя себестоимость продукции в целом по двум предприятиям во втором квартале по сравнению с первым кварталом увеличилась на 8,6%. Это явилось следствием влияния двух факторов: себестоимости единицы продукции каждого предприятия (z) и количества выпускаемой продукции каждым предприятием (q).

Оценим влияние каждого фактора соответственно с помощью индекса постоянного состава и индекса структурных сдвигов.

2. Индекс себестоимости постоянного состава рассчитывается по формуле:

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} / \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1}.$$

Подставим исходные данные:

$$I_z = \frac{8,0 \cdot 36 + 6,5 \cdot 84}{36 + 84} / \frac{7,0 \cdot 36 + 6,0 \cdot 84}{36 + 84} = \frac{834}{120} / \frac{756}{120} = \frac{6,95}{6,3} = 1,103 \text{ или (110,3 \%)}.$$

За счет изменения себестоимости единицы каждого предприятия средняя себестоимость продукции двух предприятий во втором квартале по сравнению с первым увеличилась на 10,3 %.

3. Индекс структурных сдвигов может быть рассчитан по формуле:

$$I_{\text{стр. сдв.}} = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} / \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0}$$

или с помощью взаимосвязи индексов:

$$I_{\bar{z}} / I_z \text{ отсюда: } I_{\text{стр. сдв.}} = \frac{1,086}{1,103} = 0,985 \text{ (98,5\%)}.$$

Средняя себестоимость единицы продукции по двум предприятиям снизилась на 1,5 % за счет изменения удельного веса каждого предприятия в общем выпуске продукции.

Вывод. Одновременное воздействие двух факторов – себестоимости единицы продукции и количества выпускаемой продукции каждого предприятия – увеличило среднюю себестоимость продукции по двум предприятиям на 8,6 %. Если бы происшедшие изменения себестоимости продукции не сопровождалось структурными перераспределениями в ее выпуске, то средняя себестоимость продукции по двум предприятиям возросла бы на 10,3 %. Изменение структуры выпуска продукции отдельных предприятий в общем объеме выпуска вызвало снижение себестоимости на 1,5 %.

На листе Excel решение задачи можно представить следующим образом:

| | A | B | C | D | E |
|---|--|----------------------------|------------|------------------------------------|------------|
| | № предприятия | Выпуск продукции, тыс. ед. | | Себестоимость ед. продукции, д. е. | |
| 1 | | | | | |
| 2 | | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал |
| 3 | 1 | 40 | 36 | 7 | 8 |
| 4 | 2 | 60 | 84 | 6 | 6,5 |
| 5 | Итого | 100 | 120 | x | x |
| 6 | Индекс средней себестоимости продукции | 1,0859375 | 108,59% | | |
| 7 | Индекс себестоимости постоянного состава | 1,1031746 | 110,32% | | |
| 8 | Индекс структурных сдвигов | 0,984375 | 98,44% | | |

Здесь в ячейках помещены формулы:

| Ячейка | Формула |
|--------|--|
| B5 | =СУММ(B3:B4) |
| C5 | =СУММ(C3:C4) |
| B6 | =(СУММПРОИЗВ(E3:E5;C3:C5)/C5)/(СУММПРОИЗВ(D3:D5;B3:B5)/B5) |
| B7 | =(СУММПРОИЗВ(E3:E5;C3:C5)/C5)/(СУММПРОИЗВ(D3:D5;C3:C5)/C5) |
| B8 | =B6/B7 |

Задача 79

Динамика продажи трехкомнатных квартир на бирже недвижимости характеризуется следующими данными:

| Район расположения квартиры | Цена одной квартиры, тыс. д. е. | | Количество проданных квартир, шт. | |
|-----------------------------------|------------------------------------|-------------|--------------------------------------|-------------|
| | баз. период | тек. период | баз. период | тек. период |
| Окраина | 20 | 24 | 46 | 50 |
| Район, прилегающий к центру | 28 | 30 | 20 | 25 |
| Центр | 45 | 55 | 14 | 10 |

Определите:

- 1) индивидуальные индексы цен проданных квартир;
- 2) индивидуальные индексы количества проданных квартир.
- 3) сводный (общий) индекс цен на квартиры;
- 4) сводный (общий) индекс количества проданных квартир;
- 5) сводный (общий) индекс стоимости проданных квартир.

Покажите взаимосвязь между исчисленными индексами.

Сделайте выводы.

Задача 80

Динамика производства продукции на сахарном заводе представлена следующими данными:

| Вид продукции | Общие затраты на производство, млн д. е. | | Темп прироста физического объема производства, % |
|------------------|---|--------|--|
| | октябрь | ноябрь | |
| Сахар-песок | 16,0 | 27,6 | +15 |
| Сахар-рафинад | 4,0 | 5,4 | +8 |

Определите:

- а) сводный индекс физического объема производства;
- б) абсолютный прирост денежных затрат на производство в целом и за счет изменения физического объема продукции.

Задача 81

Имеются данные по предприятию о выпуске разноименной продукции:

| Вид продук- ции | Ед. измер. | Выпуск, тыс. ед. | | Себестоимость единицы в базисном периоде, грн |
|-----------------------|---------------|--------------------|--------------------|---|
| | | базисный период | отчетный период | |
| 1 | шт. | 4,8 | 4,0 | 18 |
| 2 | пог. м | 1,2 | 1,2 | 86 |

Определите:

- 1) индивидуальные индексы объема выпуска продукции;
- 2) среднее изменение физического объема производства продукции по двум видам;
- 3) абсолютное изменение общих денежных затрат на выпуск продукции в результате среднего изменения объема производства в натуральном выражении.

Задача 82

Динамика цен и тарифов на отдельные виды услуг за два года характеризуется следующими данными:

| Вид услуг | Объем оплаченных услуг в текущих ценах периода, д. е. | | Индивидуальный индекс цен и тарифов |
|------------------------|---|----------|-------------------------------------|
| | базисного | текущего | |
| Пассажирский транспорт | 44 | 60 | 1,5 |
| Связь | 16 | 18 | 1,2 |

Определить:

- а) сводный индекс цен и тарифов;
- б) сводный индекс денежного объема при условии, что общий объем оплаченных услуг увеличился на 30 %.

Задача 83

Показатели объема продаж одежды представлены следующим образом:

| Группа товаров | Товарооборот базисного периода, тыс д. ед. | Индекс физического объема продаж |
|----------------|--|----------------------------------|
| Серийные | 18 | 1,240 |
| Модельные | 5 | 1,126 |
| Комиссионные | 7 | 1,150 |

Определить:

- а) сводный индекс физического объема продаж, а также сводный индекс цен при условии, что товарооборот увеличился на 15,2%;
- б) абсолютный прирост товарооборота за счет изменения цен.

Результаты поясните.

Задача 84

Имеются данные о вкладах населения в Сбербанк:

| Группа населения | Размер вклада, грн | | Удельный вес вкладов в общем их числе | |
|------------------|--------------------|-----------------|---------------------------------------|-----------------|
| | Базисный период | Отчетный период | Базисный период | Отчетный период |
| Городское | 500 | 540 | 0,5 | 0,6 |
| Сельское | 420 | 480 | 0,5 | 0,4 |

Определите общие индексы среднего размера вклада для всего населения (переменного, постоянного состава, структурных сдвигов).

Задача 85

Затраты на телерекламу отдельных категорий товара характеризуются следующими данными:

| Категория товара | Себестоимость одного рекламного ролика, тыс. д. е. | | Количество изготовленных роликов, шт. | |
|------------------|--|-------------|---------------------------------------|-------------|
| | баз. период | отч. период | баз. период | отч. период |
| Сладости | 1,3 | 1,5 | 150 | 180 |
| Напитки | 1,0 | 1,2 | 140 | 135 |

Оцените:

- 1) изменение себестоимости и изменение количества изготовленных рекламных роликов по каждой категории товара;
- 2) абсолютное и относительное изменение себестоимости и количества изготовленных рекламных роликов в целом по рекламному агентству;
- 3) абсолютное и относительное изменение общих затрат на изготовление рекламных роликов в целом по рекламному агентству.
- 4) общее изменение средней себестоимости рекламного ролика по рекламному агентству;
- 5) изменение средней себестоимости телерекламы за счет изменения себестоимости одного рекламного ролика и количества изготовленных роликов.

Проведите комплексный статистический анализ затрат на телерекламу и сделайте вывод.

Задача 86

Выручка от продажи мяса и мясопродуктов на рынке в январе превысила выручку от продажи рыбы и рыбопродуктов в 2 раза. В феврале продажа мяса и мясопродуктов возросла на 15 %, рыбы и рыбопродуктов – на 20 %.

Определите:

- 1) на сколько процентов в среднем увеличился объем продаж двух видов продукции вместе;
- 2) абсолютный прирост товарооборота по обоим видам продукции вместе вследствие среднего увеличения объема их продаж в натуральном выражении, если в январе за мясо и мясопродукты выручено 24 д. е.

Задача 87

Выпуск продукции на предприятии на протяжении рассматриваемых периодов возрос на 10 %, при этом численность рабочих снизилась на 20 %.

Определите, как возрос выпуск продукции в относительном и абсолютном выражении за счет роста производительности труда (выработки), если в базисном периоде предприятием было выпущено 12 тыс. изделий.

Вычислите абсолютное изменение объема производства за счет изменения численности рабочих.

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ВЗАИМОСВЯЗЕЙ

Для изучения взаимосвязи изучаемых признаков или явлений в статистике используются метод аналитических группировок (см. Раздел «Сводка и группировка статистических данных»), дисперсионный анализ и корреляционно-регрессионный анализ.

Основной целью дисперсионного анализа является выявление степени влияния отдельных факторов или условий, определяющих вариацию изучаемого признака. Для оценки доли вариации, обусловленной тем или иным фактором, изучаемую совокупность распределяют на группы по изучаемому признаку – фактору, влияние которого исследуется.

Это позволяет разложить общую вариацию признака на две дисперсии. Одна из них характеризует вариацию, определяемую влиянием фактора, положенного в основу группировки, – а другая – вариацию, обусловленную влиянием всех прочих факторов, не учтенных в группировке.

Для расчетов и анализа изучаемого явления используется общая, внутригрупповая и межгрупповая дисперсии:

1. Общая дисперсия характеризует вариацию в статистической совокупности вследствие влияния всех факторов. Ее расчет осуществляется по формуле:

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2.$$

2. Межгрупповая (факторная) дисперсия показывает размер отклонения групповых средних от общей средней, т. е. характеризует влияние исследуемого

фактора, положенного в основание группировки. Расчет межгрупповой дисперсии осуществляют по формуле:

$$\delta^2 = \frac{\sum(\bar{x}_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}.$$

3. Внутригрупповая (остаточная) дисперсия характеризует вариацию признака внутри каждой группы статистической группировки, ее расчет осуществляют по следующей формуле:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum(x - \bar{x}_i)^2 f_i}{\sum f_i}.$$

Среднюю из внутригрупповых дисперсий вычисляют по формуле:

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 f_i}{\sum f_i},$$

где \bar{x}_i – групповая средняя;

\bar{x} – общая средняя;

f_i – численность единиц совокупности в отдельных группах.

Задача 88

По данным о стоимости основных фондов и выпуске валовой продукции плодоконсервными заводами определить дисперсию и оценить роль факторов, влияющих на выпуск продукции.

Стоимость основных фондов и выпуск валовой продукции (д. е.)

| № п/п | Стоимость основных фондов | Выпуск продукции |
|-------|---------------------------|------------------|
| 1 | 1,2 | 1,5 |
| 2 | 2,9 | 4,9 |
| 3 | 2,7 | 3,6 |
| 4 | 2,8 | 3,5 |
| 5 | 2,1 | 2,9 |
| 6 | 1,1 | 1,3 |
| 7 | 1,5 | 2,3 |
| 8 | 1,2 | 1,4 |
| 9 | 2,4 | 5,0 |
| 10 | 2,8 | 6,2 |
| 11 | 6,7 | 9,0 |
| 12 | 5,6 | 9,7 |
| 13 | 1,8 | 2,1 |

| | | |
|----|-----|-----|
| 14 | 1,8 | 2,5 |
| 15 | 4,3 | 4,6 |
| 16 | 5,7 | 8,6 |
| 17 | 1,4 | 1,8 |
| 18 | 3,9 | 4,8 |
| 19 | 1,8 | 2,6 |
| 20 | 1,4 | 1,9 |
| 21 | 3,1 | 3,5 |
| 22 | 4,6 | 4,9 |
| 23 | 5,9 | 6,8 |
| 24 | 1,1 | 1,2 |
| 25 | 5,5 | 6,1 |

По этим данным определим общую дисперсию вариации значений выпуска продукции.

Исходные данные к расчету общей дисперсии выпуска продукции
На листе Excel решение задачи можно представить следующим образом:

| | A | B | C | D |
|----|-------|---------------------------|----------------------|-------|
| 1 | № п/п | Стоимость основных фондов | Выпуск продукции x | x^2 |
| 2 | 1 | 1,2 | 1,5 | 2,25 |
| 3 | 2 | 2,9 | 4,9 | 24,01 |
| 4 | 3 | 2,7 | 3,6 | 12,96 |
| 5 | 4 | 2,8 | 3,5 | 12,25 |
| 6 | 5 | 2,1 | 2,9 | 8,41 |
| 7 | 6 | 1,1 | 1,3 | 1,69 |
| 8 | 7 | 1,5 | 2,3 | 5,29 |
| 9 | 8 | 1,2 | 1,4 | 1,96 |
| 10 | 9 | 2,4 | 5 | 25 |
| 11 | 10 | 2,8 | 6,2 | 38,44 |
| 12 | 11 | 6,7 | 9 | 81 |
| 13 | 12 | 5,6 | 9,7 | 94,09 |
| 14 | 13 | 1,8 | 2,1 | 4,41 |
| 15 | 14 | 1,8 | 2,5 | 6,25 |
| 16 | 15 | 4,3 | 4,6 | 21,16 |
| 17 | 16 | 5,7 | 8,6 | 73,96 |
| 18 | 17 | 1,4 | 1,8 | 3,24 |
| 19 | 18 | 3,9 | 4,8 | 23,04 |
| 20 | 19 | 1,8 | 2,6 | 6,76 |

| | | | | |
|----|-------|-----|-------|--------|
| 21 | 20 | 1,4 | 1,9 | 3,61 |
| 22 | 21 | 3,1 | 3,5 | 12,25 |
| 23 | 22 | 4,6 | 4,9 | 24,01 |
| 24 | 23 | 5,9 | 6,8 | 46,24 |
| 25 | 24 | 1,1 | 1,2 | 1,44 |
| 26 | 25 | 5,5 | 6,1 | 37,21 |
| | Итого | | 102,7 | 570,93 |

Отсюда общая дисперсия выпуска продукции составляет:

$$\sigma^2 = \bar{x}^2 - (\bar{x})^2 = \frac{570,93}{25} - (4,11)^2 = 22,86 - 16,89 = 5,96.$$

Такой же результат можно получить, используя встроенную функцию Excel: =ДИСП.Г(B2:B26) = 5,961536.

Для расчета межгрупповой дисперсии выпуска валовой продукции нужно построить статистическую группировку, факторным признаком которой будет выступать стоимость основных фондов, а результативным – выпуск валовой продукции.

Исходные данные к расчету межгрупповой дисперсии выпуска валовой продукции

| | A | B | C | | D | I | F |
|---|--|---------------|--------------------------|--------------------------------------|-------------------------|---------------------------|-----------------------------|
| 1 | Группы заводов по стоимости основных производственных фондов | Число заводов | Валовая продукция, д. е. | | $(\bar{x}_i - \bar{x})$ | $(\bar{x}_i - \bar{x})^2$ | $(\bar{x}_i - \bar{x})^2 f$ |
| 2 | | | всего | в среднем на один завод, \bar{x}_i | | | |
| 3 | До 2,5 | 12 | 26,5 | 2,21 | - 1,9 | 3,61 | 43,32 |
| 4 | 2,5–3,9 | 5 | 21,8 | 4,36 | - 0,25 | 0,06 | 0,3 |
| 5 | 3,9–5,3 | 3 | 14,3 | 4,77 | 0,66 | 0,44 | 1,32 |
| 6 | 5,3 и более | 5 | 40,2 | 8,04 | 3,36 | 13,18 | 65,9 |
| 7 | | 25 | 102,8 | 4,11 | - | - | 110,84 |

Здесь в ячейках помещены формулы:

| Ячейка | Формула |
|--------|--------------|
| B7 | =СУММ(B3:B6) |
| C5 | =СУММ(C3:C6) |
| D3 | =C3/B3 |

| | |
|----|-------------------|
| D4 | =C4/B4 |
| D5 | =C5/B5 |
| D6 | =C6/B6 |
| D7 | =C7/B7 |
| E3 | =D3-\$C\$7/\$B\$7 |
| E4 | =D4-\$C\$7/\$B\$7 |
| E5 | =D5-\$C\$7/\$B\$7 |
| E6 | =D6-\$C\$7/\$B\$7 |
| F3 | =E3^2 |
| F4 | =E4^2 |
| F5 | =E5^2 |
| F6 | =E6^2 |
| G3 | =F3*B3 |
| G4 | =F4*B4 |
| G5 | =F5*B5 |
| G6 | =F6*B6 |
| G7 | =СУММ(G3:G6) |

$$\sigma^2 = \frac{\sum(\bar{x}_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{110.84}{25} = 4,43.$$

Внутригрупповая или остаточная дисперсия может быть определена разностью между общей и межгрупповой дисперсией:

$$\bar{\sigma}_i^2 = \sigma^2 - \delta^2 = 5,97 - 4,43 = 1,54.$$

Следовательно,

$$\sigma^2 = \bar{\sigma}_i^2 + \delta^2 = 1,54 + 4,43.$$

Из расчетов видно, что вариация выпуска валовой продукции в размере 74,2 % (4,43 / 5,97) определяется различиями в стоимости основных фондов по отдельным заводам, а на долю остальных (прочих) факторов приходится 25,8 % (1,54 / 5,97).

Вычисленное значение степени вариации выпуска валовой продукции, равное 74,2 %, определяемое стоимостью основных фондов, называется коэффициентом детерминации. Для расчета используется следующая формула:

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2} = \frac{4,43}{5,97} = 0,742.$$

Критерием существенности связи между стоимостью основных фондов и выпуском валовой продукции является эмпирическое корреляционное отношение. Его расчет осуществляется по формуле:

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}} = \sqrt{\frac{4,43}{5,97}} = \sqrt{0,742} = 0,861.$$

Это значение свидетельствует о тесной зависимости между изучаемыми признаками.

Методику *корреляционно-регрессионного анализа* рассмотрим на примере линейной зависимости между признаками. Следует отметить, что уравнение регрессии в каждом конкретном случае выбирается с помощью графика, который называется корреляционным полем и представляет собой изображение в прямоугольной системе координат значений x и y .

Задача 89

По имеющимся данным о реализации туристических путевок в агентстве «Status» построить модель линейной зависимости (рассчитать параметры уравнение регрессии) и определить тесноту связи между изучаемыми признаками.

| № путевки | Продолжительность отдыха, дней x | Суточная стоимость путевки, д. е. $y_{эмп}$ | $x \cdot y$ | x^2 |
|-----------------|--|---|------------------|-------|
| Исходные данные | | | Расчетные данные | |
| 1 | 5 | 78 | 390 | 25 |
| 2 | 14 | 55 | 770 | 196 |
| 3 | 7 | 95 | 665 | 49 |
| 4 | 18 | 30 | 540 | 324 |
| 5 | 14 | 53 | 742 | 196 |
| 6 | 20 | 26 | 520 | 400 |
| 7 | 7 | 85 | 595 | 49 |
| 8 | 15 | 50 | 750 | 225 |
| Σ | 100 | 472 | 4972 | 1464 |

Линейная зависимость между признаками описывается уравнением:

$$y_{теор} = a + bx.$$

При этом аналитический смысл параметров следующий:

a – это значение $y_{теор}$ при условии, если $x=0$;

b - коэффициент регрессии, который показывает изменение результативного признака при изменении факторного на 1 единицу.

Численные значения параметров определяются по методу наименьших квадратов:

$$\sum (y_{\text{теор}} - y_{\text{эмпер}})^2 \rightarrow \min.$$

$$b = \frac{n \sum x \cdot y - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - \sum x \sum x},$$
$$a = \bar{y} - b \bar{x}$$

Подставив расчетные данные, представленные в таблице, получим значения параметров и тогда теоретическое уравнение линейной зависимости примет вид:

$$y_{\text{теор}} = 113,25 - 4,24x$$

Это означает, что с увеличением продолжительности отдыха на 1 сутки суточная стоимость путевки снижается на 4,34 д. е. То есть, связь между изучаемыми признаками обратная (об этом свидетельствует отрицательный знак перед параметром b). Тесноту связи между признаками в случае парной зависимости определяют с помощью линейного коэффициента корреляции:

$$r = \frac{\overline{x \cdot y} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

где

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$$
$$\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - \bar{y}^2}$$

Используя полученные выше значения, получим, что $r = -0,957$. Согласно шкале Чеддока, это свидетельствует о тесной связи между признаками. Знак коэффициента корреляции всегда совпадает со знаком в уравнении регрессии.

Задача 90

Для того, чтобы установить наличие и измерить связи между качественными признаками используются непараметрические методы.

Для определения тесноты связи двух качественных альтернативных признаков применяются коэффициенты ассоциации (A) и контингенции (K):

$$A = \frac{ad - bc}{ad + bc};$$

$$K = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

Исходная статистическая информация для их вычисления должна быть представлена в форме четырехклеточной таблицы:

| | | |
|-------|-------|---------------|
| a | b | a + b |
| c | d | c + d |
| a + c | b + d | a + b + c + d |

В тех случаях, когда хотя бы один из четырех показателей в четырехклеточной таблице отсутствует, величина коэффициента ассоциации даст преувеличенную оценку степени тесноты связи между признаками, и предпочтение следует отдать коэффициенту контингенции.

Эти коэффициенты находятся в пределах: $-1 \leq A, K \leq 1$. Связь между изучаемыми признаками является подтвержденной, если $|A| \geq 0,5$; $|K| \geq 0,3$. Причем, коэффициент контингенции всегда меньше коэффициента ассоциации.

Задача 91

По данным, приведенным в таблице, оценить связь между восприятием рекламы и приобретение рекламируемого товара потребителями.

| Восприятие рекламы | Количество респондентов | | Итого |
|----------------------|-------------------------|--------------------|-------|
| | Приобрели товар | Не приобрели товар | |
| Запомнили рекламу | 9 | 31 | 40 |
| Не запомнили рекламу | 2 | 38 | 40 |
| Итого | 11 | 69 | 80 |

Рассчитаем коэффициент контингенции:

$$K = \frac{9 \cdot 38 - 2 \cdot 31}{\sqrt{11 \cdot 69 \cdot 40 \cdot 40}} = 0,254.$$

Это свидетельствует об отсутствии связи между изучаемыми признаками.

Если признаки выражены в рангах, то для определения тесноты связи между ними применяют ранговый коэффициент Спирмена:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)},$$

где $d = R_x - R_y$;

R_x, R_y – ранги элементов совокупности соответственно по первому и второму признаку;

n – объем статистической совокупности.

Его значение находится в пределах от -1 до $+1$.

Задача 92

Для определения связи между результатами двух экзаменов рассчитаем коэффициент Спирмена по данным, представленным в таблице.

Подставив табличные значения в соответствующую формулу, получим:

$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot 10}{1000 - 10} = 0,939.$$

Это свидетельствует о прямой существенной связи между результатами двух экзаменов. Существенность связи проверяется с помощью данных Приложения 3. Критическое значение коэффициента ранговой корреляции для $d = 0,05$ и $n = 10$ составляет $\rho_{0,95}(10) = 0,564$. Фактическое значение ρ больше критического, то есть наличие связи между признаками доказано.

Задача 93

Рентабельность реализации продукции предприятий различных форм собственности характеризуется следующим образом:

| Форма собственности | Кол-во предприятий | Рентабельность реализации продукции, % | | | | | |
|---------------------|--------------------|--|----|----|----|----|----|
| | | 16 | 22 | 20 | 18 | | |
| Государственная | 4 | 16 | 22 | 20 | 18 | | |
| Частная | 6 | 25 | 31 | 33 | 28 | 27 | 24 |

Определить:

- 1) среднюю из групповых дисперсий;
- 2) межгрупповую дисперсию.

Проверьте правило сложения дисперсий.
Сделайте выводы по результатам расчета.

Задача 94

Имеются следующие данные о вкладах населения области:

| Группы населения | Число вкладов, тыс. ед. | Средний размер вклада, д. е. | Коэффициент вариации вклада, % |
|------------------|-------------------------|------------------------------|--------------------------------|
| городское | 7 | 4 | 20 |
| сельское | 3 | 6 | 30 |

Определить тесноту связи между средним размером вклада и типом населения, рассчитав эмпирическое корреляционное отношение.

Задача 95

По данным о выпуске продукции и размере прибыли исследуйте наличие и характер корреляционной зависимости между ними (образуйте пять групп с равными интервалами).

| № пр-я | Выпуск продукции, д. е. | Прибыль, д. е. | № пр-я | Выпуск продукции, д. е. | Прибыль, д. е. |
|--------|-------------------------|----------------|--------|-------------------------|----------------|
| 1 | 65,0 | 15,7 | 16 | 52,0 | 14,6 |
| 2 | 78,0 | 18,0 | 17 | 62,0 | 14,8 |
| 3 | 41,0 | 12,1 | 18 | 69,0 | 16,1 |
| 4 | 54,0 | 13,8 | 19 | 85,0 | 16,7 |
| 5 | 66,0 | 15,5 | 20 | 70,0 | 15,8 |
| 6 | 80,0 | 17,9 | 21 | 71,0 | 16,4 |
| 7 | 45,0 | 12,8 | 22 | 64,0 | 15,0 |
| 8 | 57,0 | 14,2 | 23 | 72,0 | 16,5 |
| 9 | 67,0 | 15,9 | 24 | 88,0 | 18,5 |
| 10 | 81,0 | 17,6 | 25 | 73,0 | 16,4 |
| 11 | 92,0 | 18,2 | 26 | 74,0 | 16,0 |
| 12 | 48,0 | 13,0 | 27 | 96,0 | 19,1 |
| 13 | 59,0 | 16,5 | 28 | 75,0 | 16,3 |
| 14 | 68,0 | 16,2 | 29 | 101,0 | 19,6 |
| 15 | 83,0 | 16,7 | 30 | 76,0 | 17,2 |

Результаты представьте в форме рабочей и аналитической таблицы.

Постройте модель корреляционно-регрессионной зависимости и оцените ее параметры.

Задача 96

Используя решение задачи 12, определите степень влияния факторного признака на результативный (с помощью эмпирического корреляционного отношения).

Задача 97

Используя решение задачи 13, оцените тесноту связи между изучаемыми признаками.

Задача 98

По данным таблицы оцените тесноту связи между уровнем эффективности экономики и надежностью делового партнерства для семи стран Восточной Европы:

| Страна | Эффективность экономики, баллов | Надежность делового партнерства, баллов |
|--------|---------------------------------|---|
| А | 5,9 | 54,9 |
| В | 7,1 | 54,8 |
| С | 4,2 | 45,3 |
| Д | 3,4 | 36,9 |
| К | 4,9 | 35,8 |
| М | 2,7 | 26,4 |
| Р | 2,9 | 24,8 |

Задача 99

По результатам опроса жителей города относительно способа хранения денег в коммерческом банке получены следующие данные:

| Альтернатива хранения денег | Количество жителей | | Итого |
|-----------------------------|--------------------|---------|-------|
| | мужчины | женщины | |
| Хранить деньги в банке | 33 | 14 | 47 |
| Не хранить деньги в банке | 23 | 30 | 53 |
| Итого: | 56 | 44 | 100 |

Определить тесноту связи между выбором способа хранения денег и полом с помощью коэффициента ассоциации и контингенции.

Задача 100

Имеются данные о потреблении мяса и мясных продуктов в семьях с различным среднедушевым совокупным доходом:

| Группы семей по уровню среднедушевого совокупного месячного дохода, д.е. | Потреблено мяса и мясных продуктов в среднем на 1 члена семьи, кг |
|--|---|
| До 30,0 | 10,4 |
| 30,1- 60,0 | 20,1 |

| | |
|---------------|------|
| 60,1 – 90,0 | 29,7 |
| 90,1 – 120,0 | 37,6 |
| 120,1 -150,0 | 46,1 |
| 150,1 – 180,0 | 52,2 |
| 180,1 – 210,0 | 59,2 |
| Более 210,0 | 70,2 |

Оцените тесноту связи между уровнем дохода и объемом потребления мясных продуктов с помощью линейного коэффициента корреляции.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Критические значения корреляционного отношения η
и коэффициента детерминации R при $\alpha = 0,05$

| k_2 | k_1 | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 5 | 0,569 | 0,699 | 0,764 | 0,806 | 0,835 | 0,854 | 0,872 |
| 6 | 0,500 | 0,632 | 0,704 | 0,751 | 0,785 | 0,811 | 0,831 |
| 7 | 0,444 | 0,575 | 0,651 | 0,702 | 0,739 | 0,768 | 0,791 |
| 8 | 0,399 | 0,527 | 0,604 | 0,657 | 0,697 | 0,729 | 0,754 |
| 9 | 0,362 | 0,488 | 0,563 | 0,618 | 0,659 | 0,692 | 0,719 |
| 10 | 0,332 | 0,451 | 0,527 | 0,582 | 0,624 | 0,659 | 0,687 |
| 12 | 0,283 | 0,394 | 0,466 | 0,521 | 0,564 | 0,600 | 0,630 |
| 14 | 0,247 | 0,348 | 0,471 | 0,471 | 0,514 | 0,550 | 0,580 |
| 16 | 0,219 | 0,312 | 0,378 | 0,429 | 0,477 | 0,507 | 0,538 |
| 18 | 0,197 | 0,283 | 0,345 | 0,394 | 0,435 | 0,470 | 0,501 |
| 20 | 0,179 | 0,259 | 0,318 | 0,364 | 0,404 | 0,432 | 0,468 |
| 22 | 0,164 | 0,238 | 0,294 | 0,339 | 0,377 | 0,410 | 0,439 |
| 24 | 0,151 | 0,221 | 0,273 | 0,316 | 0,353 | 0,385 | 0,414 |
| 26 | 0,140 | 0,206 | 0,256 | 0,297 | 0,332 | 0,363 | 0,391 |
| 28 | 0,130 | 0,193 | 0,240 | 0,279 | 0,314 | 0,344 | 0,371 |
| 30 | 0,122 | 0,182 | 0,227 | 0,264 | 0,297 | 0,326 | 0,353 |
| 40 | 0,093 | 0,139 | 0,176 | 0,207 | 0,234 | 0,259 | 0,282 |
| 50 | 0,075 | 0,113 | 0,143 | 0,170 | 0,194 | 0,216 | 0,235 |
| 60 | 0,063 | 0,095 | 0,121 | 0,144 | 0,165 | 0,184 | 0,202 |
| 80 | 0,047 | 0,072 | 0,093 | 0,110 | 0,127 | 0,142 | 0,156 |
| 100 | 0,038 | 0,058 | 0,075 | 0,090 | 0,103 | 0,116 | 0,128 |
| 120 | 0,032 | 0,049 | 0,063 | 0,080 | 0,087 | 0,098 | 0,109 |
| 200 | 0,019 | 0,030 | 0,038 | 0,046 | 0,053 | 0,060 | 0,067 |
| 400 | 0,010 | 0,015 | 0,019 | 0,023 | 0,027 | 0,031 | 0,034 |

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Критические значения линейного коэффициента
корреляции при $\alpha = 0,05$

| Объем вы- борки n | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 14 | 16 |
|------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $r_{0.95}$ | 0,88 | 0,81 | 0,75 | 0,71 | 0,67 | 0,63 | 0,58 | 0,53 | 0,50 |

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Критические значения коэффициента ранговой корреляции
Спирмена при $\alpha = 0,05$

| Объем вы- борки n | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $R_{0.95}$ | 0,90 | 0,83 | 0,71 | 0,64 | 0,60 | 0,56 | 0,53 | 0,50 |

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Економічна статистика: [навч. посіб.] / В. М. Соболев [та ін.] – Харків : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2017. – 388 с.

Інформатика: [навч. посіб.] / В. В. Козлов, А. І. Сбітнєв, А. Ю. Пашковська, Т. В. Томашевська. – Київ: ДП «Інформ.-аналіт. агенство», 2016. – 727 с.

Мармоза А. Т. Теорія статистики: [підручник] / А.Т. Мармоза. – 2-ге вид., перероб. та доп. – Київ: Центр учбової літератури, 2013. – 592 с.

Мармоза А. Т. Практикум з теорії статистики: [навч. посіб.] / А. Т. Мармоза. – 4-е вид., перероб. та доп. – Київ: Центр учбової літератури, 2017. – 412 с.

Рамси Д. Статистика для "чайників" / Д. Рамси. – Киев : «Диалектика», 2015. – 320 с.

Статистика (модульний варіант з програмованою формою контролю знань) [навч. посіб.] / Опря А. Т. [та ін.] – 2-ге вид., перероб. і доп. – Київ : «Центр учбової літератури», 2017. – 536 с.

Статистика підприємств : [навч. посіб.] / Матковський С. О. [та ін.]; за ред. С. О. Матковського. – 3-є вид., стереотипне – Київ, Алерта, 2017. – 560 с.

Статистичний аналіз: [навч. посіб.] / О. О. Карабин, М. Ф. Стасюк, М. І. Кусій; Львівський державний університет безпеки життєдіяльності. – Львів:, 2015. – 132 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|---|----|
| ВВЕДЕНИЕ..... | 3 |
| СТАТИСТИЧЕСКОЕ НАБЛЮДЕНИЕ..... | 4 |
| СВОДКА И ГРУППИРОВКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ..... | 5 |
| АБСОЛЮТНЫЕ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ..... | 30 |
| СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ..... | 39 |
| ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ..... | 49 |
| ВЫБОРОЧНЫЙ МЕТОД..... | 53 |
| РЯДЫ ДИНАМИКИ..... | 60 |
| ИНДЕКСЫ..... | 72 |
| СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ВЗАИМОСВЯЗЕЙ..... | 84 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ 1..... | 96 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ 2..... | 97 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ 3..... | 97 |
| СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ..... | 98 |

Навчальне видання

ПРАКТИКУМ ЗІ СТАТИСТИКИ

для студентів, що навчаються за фахом
051 – Економіка

У к л а д а ч і Данилевич Сергій Борисович
Комір Людмила Іванівна

У авторській редакції
Комп'ютерний набір Л.І. Комір

Підписано до друку 04.06.18 Формат 60×84/16.
Папір офсетний. Гарнітура «Таймс».
Усл. печ. арк. 5,81. Обл.-вид. арк. 3,55. Тираж 100 екз.

План 2017/18 навч. рік., поз. № 12 у переліку робіт кафедри

Видавництво
Народної української академії
Свідоцтво № 1153 від 16.12.2002.

Україна, 61000, Харків, МСП, вул. Лермонтовська, 27.